

ADVANCE MATHS

(VOLUME-2)

Download All Subject Free PDF

PDF

General Knowledge

PDF

Child Development and Pedagogy

PDF

Current Affairs

PDF

History

PDF

Maths

PDF

Geography

PDF

Reasoning

PDF

Economics

PDF

Science

PDF

Polity

PDF

Computer

PDF

Environment

PDF

General Hindi

PDF

MP GK

PDF

General English

PDF

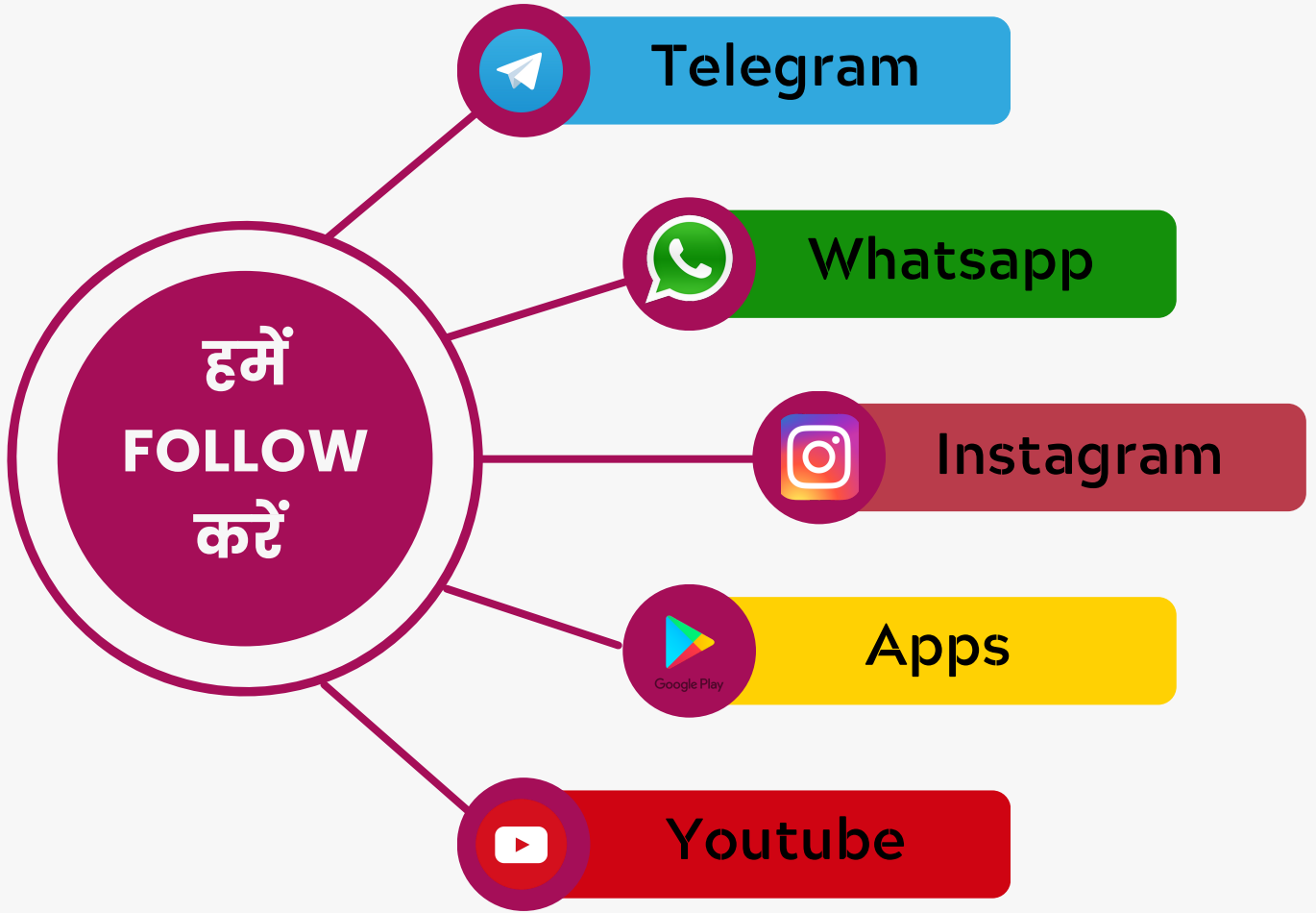
UP GK


Join Our Best Course

GK Trick By
Nitin Gupta

Current Affairs

Daily Current Affairs PDF, Best Test Series, Best GK PDF के लिए हमें Follow करें



 GK Trick By Nitin Gupta
The Ultimate Key to Success.

Welcome To

GK TRICK BY NITIN GUPTA APP

यहाँ पर आपको मिलेगा

- ✓ Best PDF Notes For All Exams
- ✓ Best Test Series For All Exams
- ✓ Daily Current Affairs PDF
- ✓ सभी Course बहुत ही कम Price पर
- ✓ सभी Test Detail Discription के साथ व Analysis करने को सुविधा



① संख्या पद्धति और बीजगणित

शेषफल

- ① $\frac{17^{-1}}{6}$, $R=1$ शेषफल=R
- ② $\frac{27^{-3}}{10}$, $R=7$
- ③ $\frac{3^{-2}}{5}$, $R=3$
- ④ $\frac{9^{-4}}{13}$, $R=9$
- ⑤ $\frac{13^{-5}}{9}$, $R=4$
- ⑥ $\frac{49^{-5}}{9}$, $R=4$
- ⑦ $\frac{49 \times 65}{9}$, $R=8$
- OR $\frac{49 \times 65^{-7}}{9} = \frac{35}{9} \Rightarrow R=8$
- OR $\frac{35}{9} = -1 \Rightarrow R=9-1=8$
- OR $\frac{49 \times 65^{-7}}{9} = \frac{-28}{9} = -1 \Rightarrow R=9-1=8$
- ⑧ $\frac{65^{-7}}{9}$, $R=2$
- ⑨ $\frac{54 \times 73}{8}$, $R=6$
- ⑩ $\frac{1753 \times 1749 \times 83 \times 171}{17}$
- $R = (+1) \times (-2) \times (-2) \times (+1) = 8$
Ans



$\frac{1^1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + 5^5 + \dots + 1000000}{8}$

शेषफल (R) बताओ ?

$1^1 = \frac{1 \times 3 \times 2 \times 1}{8}$, $R=0$

$1^5 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{8}$, $R=0$

4 से आगे जितने भी factorial होंगे सबका शेषफल 0 आयेगा क्योंकि सबमें 8 का गुणनखण्ड तो होगा ही

∴ $R = 1$ Ans

$1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 1000000$ ईकाई

का अंक ज्ञात करो ?

$\frac{1^1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + 5^5 + \dots + 1000000}{10}$

$R = 3$

∴ ईकाई का अंक = 3 Ans

अगर किसी संख्या को 10 से भाग दिया जाए तो जो शेष बचेगा वही उस संख्या का ईकाई अंक होता है।

$\frac{1^1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + \dots + 10000}{12}$, $R=?$

$R = 1 + 2 + 6 = 9$ Ans

13 $12899 \times 96 \times 997$: अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

$$\frac{12899 \times 96 \times 997}{100} = -12 \Rightarrow$$

$$100 - 12 = 88 ; R = 88$$

अंतिम दो अंक = 88

अगर किसी संख्या को 100 से भाग दिया जाए तो जो शेष बचेगा वही उस संख्या के अंतिम दो अंक होते हैं।

14 $98 \times 17373 \times 153 \times 96 \times 127$,
 $\frac{98 \times 17373 \times 153 \times 96 \times 127}{100}$,
 अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

$$\frac{98 \times 17373 \times 153 \times 96 \times 127}{100} = -25$$

$$\frac{98 \times 17373 \times 153 \times 24 \times 127}{25} = -24 \Rightarrow 25 - 24 \Rightarrow 1 \times 4$$

$$\therefore R = 4$$

अंतिम दो अंक = 04 Ans

15 $37 \times 53 \times 65 \times 39 \times 1352 \times 48 \times 73$
 $\frac{37 \times 53 \times 65 \times 39 \times 1352 \times 48 \times 73}{100}$

अंतिम दो अंक ज्ञात करो ?

$$\frac{37 \times 53 \times 65 \times 39 \times 1352 \times 48 \times 73}{100} = -20 \Rightarrow$$

$$100 - 20 = 80$$

(5, 4)

शुरु से काटा

$$\frac{37 \times 53 \times 65 \times 39 \times 1352 \times 48 \times 73}{100} = \frac{37 \times 53 \times 13 \times 39 \times 1352 \times 12 \times 73}{5}$$

$$= \frac{64}{5} \Rightarrow 4$$

शुरु में 20 से काटा था (5, 4)

$$\therefore \text{शेष} = 4 \times 20 = 80$$

अंतिम दो अंक = 80 Ans

16 $\frac{(35)^{113}}{9} = (-1)^{113} = -1$

$$R = 9 - 1 = 8$$

$$\frac{(37)^{113}}{9} = (1)^{113} = +1$$

(-) विषम = (-)

(-) सम = (+)

16 $\frac{2^{33}}{9} , R = ?$

$$\frac{2^{33}}{9} = \frac{(8)^{11}}{9} = \frac{(-1)^{11}}{9} = -1$$

$$R = 9 - 1 = 8 \text{ Ans}$$

17 $\frac{2^{34}}{9} , R = ?$

$$\frac{2^1 \times 2^{33}}{9} = \frac{2^1 \times (-1)^{11}}{9} = -2$$

$$R = 9 - 2 = 7 \text{ Ans}$$

18 $\frac{7^{518}}{400} , R = ?$

$$\frac{(74)^{128}}{400} = \frac{(2401)^{128}}{400} = 1 \text{ Ans}$$

$$\textcircled{19} \frac{2^{110}}{9} = ? \quad (R=?)$$

$$\frac{2^2 \times 2^{108}}{9} = \frac{4 \times 2^{108}}{9}$$

$$= \frac{4 \times (2^3)^{36}}{9} = 4 \text{ Ans}$$

CLASS
35

By Pardeep
7206446517

$$\textcircled{20} \frac{4^{48}}{33}, \quad R=?$$

$$\frac{(2^2)^{48}}{33} = \frac{2^{96}}{33} = \frac{2^1 \times 2^{95}}{33}$$

$$= \frac{2 \times (2^5)^{19}}{33} = \frac{2^2 \times (3^2)^{19}}{33}$$

$$= -2 \Rightarrow 33 - 2 = 31 \text{ Ans}$$

$$\textcircled{21} \frac{(-83)^{115} + 12}{84} = 11$$

$$\textcircled{22} \frac{2^{99}}{10} = \frac{2 \times 2^{98}}{10 \times 5} = \frac{2^{98}}{5}$$

$$\frac{(2^2)^{49}}{5} = \frac{(-4)^{49}}{5} = -1$$

$$\Rightarrow 5 - 1 = 4 \times \textcircled{2} \rightarrow \text{शुरु में 2 से काटा था}$$

$$\therefore R = 8 \text{ Ans}$$

$$\textcircled{23} \frac{2^{99}}{16} \rightarrow \frac{2^4 \times 2^{95}}{16} \quad \textcircled{9}$$

$$= \frac{16 \times 2^{95}}{16} \Rightarrow R = 0$$

$$\textcircled{24} \frac{5^{500}}{500} = \frac{5^3 \times 5^{497}}{500 \times 4}$$

$$= \frac{5^1 \times 5^{497}}{4} \Rightarrow 1 \times \textcircled{125}$$

$$\therefore R = 125$$

$$\textcircled{25} \frac{(-1)^{11938769} - 2}{(35) \times 7}$$

9

$$R = +2$$

$$\textcircled{26} \frac{123456789101112131415}{16}, \quad R=?$$

$$\frac{1415}{16} = 7 \quad \therefore R = 7$$

#

- कोई भी संख्या 2 से भाग होगी अगर ईकाई का अंक दो से भाग हो जाए
- जिस संख्या के पिछले 2 अंक 4 से भाग हो जाए वह संख्या 4 से भाग होगी ।

- अगर किसी संख्या के पिछले 3 अंक 8 से भाग हो जाए तो वह संख्या 8 से भाग होगी।
- अगर किसी संख्या के पिछले 4 अंक 16 से भाग होंगे तो वह संख्या 16 से भाग होगी।

27 $\frac{12345 \dots \dots \dots 41 \text{ अंक}}{8}, R=?$



1 से 9 \rightarrow 1 अंक

9 के अग्रे \rightarrow 2 अंक (प्रत्येक संख्या के 2 अंक)

$$\frac{41}{-9} \Rightarrow 32 \text{ अंक}$$

2 अंक = 16 संख्या
 $9 + 16 =$ कुल 25 संख्याएं



$\therefore \frac{12345 \dots \dots \dots 232425}{8}$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{)425} \text{ } 53 \\ \underline{40} \\ 25 \\ \underline{24} \\ 1 \end{array}$$

$R = 1$ Ans



28 $\frac{1234 \dots \dots \dots 57 \text{ अंक}}{16}, R=?$

$57 - 9 = \frac{48}{2} = 24 \therefore$ कुल संख्या = $24 + 9 = 33$.

$\therefore \frac{12345 \dots \dots \dots 3233}{16} \Rightarrow \frac{3233}{16} \Rightarrow R = 1$ Ans

29 $\frac{1234 \dots \dots \dots 76 \text{ अंक}}{16}, R=?$

यदि 75 अंक होते तो $\frac{75}{-9} \Rightarrow \frac{66}{2} = 33 + 9 = 42$ संख्याएं
 + 1 अंक और
 (4)

$$\therefore \frac{1234 \dots 4041424}{16} \Rightarrow \frac{1424}{16} \Rightarrow R=0 \quad \boxed{5}$$

③ $\frac{666666 \dots 45 \text{ बार}}{7}, R=?$

666666 के 7 जोड़े = 42 बार
42 बार तक $R=0$

$$\begin{array}{r} \therefore 37 \overline{) 666} \text{ L 18} \\ \underline{37} \\ 296 \\ \underline{296} \\ R=0 \text{ Ans} \end{array}$$

अगर कोई संख्या 6 बार
(111111, 222222, 666666)
सैसे लिखी जाए तो यह
7, 11, 13, 37 से पूरी तरह
भाग होगी.

④ 3 से विभाजित : अगर किसी संख्या के सभी अंको का योग 3 से भाग होगा तो वह संख्या 3 से भाग होगी

9 से विभाजित : अगर किसी संख्या के अंको का योग 9 से भाग होता है तो वह संख्या 9 से भाग होगी ।

27 से विभाजित : अगर किसी संख्या के अंको का योग 27 से भाग होता है तो वह संख्या 27 से भाग होगी.

6 से विभाजित : अगर कोई संख्या 2 व 3 दोनों से भाग होती है तो वह 6 से भी भाग होगी.

7 से विभाजित :

$$\begin{array}{r} 5387 \overline{) 6} \\ \underline{-12} \times 2 \\ 537 \overline{) 5} \\ \underline{-10} \times 2 \\ 52 \overline{) 7} \\ \underline{-14} \times 2 \end{array}$$

38 → यह 7 से भाग नहीं होता

∴ 53876, 7 से भाग नहीं होगा.

(OR) $\frac{65432577}{\quad\quad\quad}$

पीढ़े से 3 अंको के जोड़े बनाओ

एक के बाद दूसरे जोड़े का योग करो

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 577 \\ \hline 642 \end{array}$$

तीसरे जोड़े से घटाओ : $\frac{642}{-432} \rightarrow 210 \rightarrow 7$ से भाग देता है

$\therefore 65432577$ 7 से भाग होगा

॥ से विभाजित : $\underbrace{2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8}$

हर दूसरे अंक को जोड़े : $2+4+6+8 = 20$] दोनों का अन्तर
 $3+5+7 = 15$] = 5

Ex: 71940

$$\begin{array}{r} 16 \\ -5 \\ \hline 11 \end{array}$$

$\therefore 71940$, 11 से भाग होगा ।

अगर यह अन्तर 0,

॥ या ॥ का गुणक हो तो संख्या ॥ से भाग होगी।

• अगर कोई संख्या ऐसे लिखी जाए - 3737, 2525, 2323 तो यह 101 से पूर्ण विभाजित होगी।

(31) $\frac{10^1 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \dots + 10^{100}}{6}$, R=?

$$\frac{10^1 + 10^2 + 10^3}{6} = \frac{12}{6} = 0$$

प्रत्येक तीसरे पद के बाद शेषफल 0 हो जाता है

$\therefore 33 \times 3 = 99$ पद तक शेषफल 0 रहेगा

$$\therefore \frac{10^{100}}{6} \Rightarrow R=4 \text{ Ans}$$

$$\textcircled{32} \frac{10^1 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{11}}{6}, R=?$$

10^9 तक शेषफल 0 आयेगा

$$\therefore \frac{10^{10} + 10^{11}}{6} = \frac{8}{6} \Rightarrow R=2$$

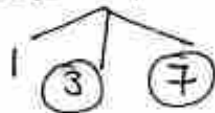
$\textcircled{33}$ $(23^{10} - 1024)$ किस संख्या से भाग नहीं होगा ?

- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 7

$$(23^{10} - 2^{10}) \Rightarrow 23 - 2 = 21$$

↓

$$23 + 2 = 25$$



\therefore यह संख्या 4 से भाग नहीं होगी

$a^n - b^n$
 $n \rightarrow$ सम संख्या
 तो यह संख्या
 $(a-b)$ और $(a+b)$ से
 विभाजित होगी।

CLASS
36

By Pardeep Chhoker
7206446517

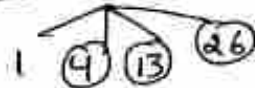
$\textcircled{34}$ $(3^{41} + 7^{82})$ किस संख्या से भाग नहीं होगी

- (A) 3 (B) 4 (C) 13 (D) 26

$$3^{41} + (7^2)^{41}$$

$$3^{41} + 49^{41}$$

$$49 + 3 = 52$$



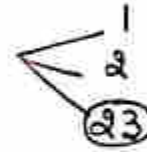
\therefore यह संख्या 3 से भाग नहीं होगी

$a^n + b^n, n \rightarrow$ विषम
 यह संख्या $(a+b)$
 से भाग होगी

35) $\frac{27^{23} + 23^{23} + 19^{23}}{23}, R = ?$

∴ R = 0

OR) $\frac{27^{23} + 19^{23}}{23} \Rightarrow 27$



∴ भाग होगी ∴ R = 0



<p>34) यदि $(a^n - b^n)$ $n \rightarrow$ सम यह $(a-b), (a+b)$ से भाग होगी ∴ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$</p>	<p>$a^n - b^n$ विषम यह $(a-b)$ से भाग होगी $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$</p>	<p>$a^n + b^n$ $n \rightarrow$ विषम यह $(a+b)$ से भाग होगी ∴ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$</p>
--	---	--

35) $(102)^3 = 106 / 12 / 08 = 1061208$

$(104)^3 = 112 / 48 / 64 = 1124864$

$(105)^3 = 115 / 75 / 25 = 1157625$

$(106)^3 = 118 / 08 / 16 = 1191016$



36) यदि $x = 106$, तब $x(x^2 - 3x + 3) = ?$

जहाँ 3 या 3 का गुणज दो बार लिखें वहाँ $(a+b)$ या $(a-b)$ का ध्यान बनाओ ।

$x(x^2 - 3x + 3)$

$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1$

$$(x-1)^3 + 1$$

$$(105)^3 + 1 = 1157625 + 1 = 1157626 \text{ Ans}$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$



37 यदि $x=99$, तब $x(x^2 + 12x + 48) = ?$

$$\begin{array}{cccc} x^3 + 12x^2 + 48x + 64 - 64 & & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a^3 & 3a^2b & 3ab^2 & b^3 \\ (x^3) & 3x^2 \cdot 4 & 3x \cdot 4^2 & 4^3 \end{array}$$



$$\therefore (x+4)^3 - 64 \Rightarrow (103)^3 - 64 \Rightarrow 1092727 - 64 = 1092663 \text{ Ans}$$

38 $\frac{1}{\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5} + 1} = A\sqrt[3]{25} + B\sqrt[3]{5} + C \quad A+B+C = ?$

$$1 \times (5^{\frac{1}{3}} + 1)$$

$$\frac{1 \times (5^{\frac{1}{3}} + 1)}{[(5^{\frac{1}{3}})^2 - 5^{\frac{1}{3}} \times 1 + (1)^2] \times (5^{\frac{1}{3}} + 1)}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a^2 & -ab & b^2 \end{array}$$

$$\therefore \frac{\sqrt[3]{5} + 1}{(5^{\frac{1}{3}})^2 + (1)^3} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{5} + 1}{6}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{25} &= (25)^{\frac{1}{3}} = (5^2)^{\frac{1}{3}} \\ &= (5)^{\frac{2}{3}} = (5^{\frac{1}{3}})^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{6} \sqrt[3]{5} + \frac{1}{6} = A \sqrt[3]{25} + B \sqrt[3]{5} + C$$

$$\begin{matrix} A & B & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & + \frac{1}{6} & + \frac{1}{6} \end{matrix} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right) \text{ Ans}$$

(39) $\frac{1}{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1} = A \sqrt[3]{9} + B \sqrt[3]{3} + C ; A+B-C=?$

$$\frac{1(3^{\frac{1}{3}} - 1)}{(3^{\frac{1}{3}} - 1)}$$

$$(3^{\frac{1}{3}} - 1) \left[(3^{\frac{1}{3}})^2 + 3^{\frac{1}{3}} \times 1 + (1)^2 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[3]{3} - 1}{(3^{\frac{1}{3}})^3 - (1)^3} = \frac{\sqrt[3]{3} - 1}{2}$$



$$\therefore \frac{1}{2} \sqrt[3]{3} - \frac{1}{2} = A \sqrt[3]{9} + B \sqrt[3]{3} + C$$

$$A=0, B=\frac{1}{2}, C=-\frac{1}{2}$$

$$\therefore A+B-C = \frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) = 1 \text{ Ans}$$

अगर दो संख्याओं के वर्गों के बीच का अंतर 1 है तो उनके conjugate में सिर्फ चिन्ह बदला जाएगा

Eg: $x = 7 + 4\sqrt{3}$

↓ conjugate

$$\frac{1}{x} = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$\begin{matrix} 7^2 = 49 \\ (4\sqrt{3})^2 = 48 \end{matrix} > 1 \text{ का अंतर}$$

$$x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$x = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\frac{1}{x} = 5 + 2\sqrt{6}$$



40 $x = \frac{1}{7+4\sqrt{3}}$, $y = \frac{1}{7-4\sqrt{3}}$; $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} = ?$ 11

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{7-4\sqrt{3}}$$

$$\therefore y = \frac{1}{x}$$

$$\therefore \frac{1}{x+1} + \frac{1}{\frac{1}{x}+1}$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{x}{x+1}$$

$$\frac{1+x}{x+1} = \textcircled{1} \text{ Ans}$$



41 $x = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-3}$ | $y = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-3}$ | $(x+1)^{-1} + (y+1)^{-1} = ?$

$$\frac{1}{x} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-3}$$

$$\frac{1}{x} = y$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1}$$

$$= \frac{1}{x+1} + \frac{1}{\frac{1}{x}+1} = \textcircled{1} \text{ Ans}$$



42 $x = 7 + 4\sqrt{3}$ | $x + \frac{1}{x} = ?$

$$\frac{1}{x} = 7 - 4\sqrt{3} \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 14. \text{ Ans}$$

43 यदि $x=14$; $x^5 - 15x^4 + 15x^3 - 15x^2 + 15x = ?$

$$\cancel{x^5} - 15\cancel{x^4} - \cancel{x^4} + 15\cancel{x^3} + \cancel{x^3} - 15\cancel{x^2} - \cancel{x^2} + 15\cancel{x} + \underset{\downarrow 14}{x}$$

$$(\because x=14)$$

$$-15x^4 = -x^5$$

$$= 14 \text{ Ans}$$

$\therefore \cancel{x^5} - \cancel{x^5}$ इसी प्रकार सभी terms कर जायेगी.

44 यदि $x=12$; $x^6 - 13x^5 + 13x^4 - 13x^3 + 15x^2 - 13x + 5 = ?$

$$\underbrace{x^6 - 13x^5 + 13x^4 - 13x^3 + 13x^2 - 13x + 5}_{0} + 2x^2$$

$$\Rightarrow 2(12)^2 + 5 - 12$$

$$\Rightarrow 281 \text{ Ans}$$



आवर्ती अंक

$0.5555\dots = 0.\overline{5}$
 $0.676767\dots = 0.\overline{67}$
 $0.65\overline{7} = 0.65777\dots$
 $2.\overline{65} = 2 + 0.\overline{65}$
 $\overline{-2.65} = -2 + 0.\overline{65}$

$0.\overline{5} = \frac{5}{9}$
 $0.\overline{56} = \frac{56}{99}$
 $0.\overline{567} = \frac{567}{999}$
 $0.4\overline{5} = \frac{45-4}{90} = \frac{41}{90}$
 $0.5\overline{78} = \frac{578-5}{990} = \frac{573}{990}$



जितने बार उल्लेख
जितने पे बार नहीं
उतने zero.

44) $2.5\overline{78} \Rightarrow 2 + 0.5\overline{78}$

$= 2 + \frac{578-5}{990} = 2 + \frac{573}{990} = 2 \frac{573}{990}$



45) $\sqrt[3]{0.0\overline{37}} = ?$

$= \sqrt[3]{\frac{37}{999}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \sqrt[3]{(\frac{1}{3})^3} = \frac{1}{3} = 0.\overline{3}$

46) $(0.\overline{11} + 0.\overline{22}) \times 3$

$(\frac{11}{99} + \frac{22}{99}) \times 3 = \frac{33}{99} \times 3 \Rightarrow 1$

47) $3.\overline{12} + 5.\overline{34} + 2.\overline{16}$

$3 + \frac{12}{99} + 5 + \frac{34}{99} + 2 + \frac{16}{99} \Rightarrow 10 + \frac{62}{99} = 10.\overline{62}$

48) $2.8\overline{56} + 3.\overline{74} + 5.8\overline{576}$

दशमलव के बाद ज्यादा
से ज्यादा कितने अंको पर
बार नहीं है = 3

जितना LCM आए उतने
अंक भरो लो = 2

2, 2, 1 का ल.सं. = 2

यहाँ कितने भी ले लो

	X	X	X
2.	8	5	6
+	3.	7	4
+	5.	8	5

X	X
5	6
4	7
6	6

X	X	X	X
5	6	5	6
4	7	4	7
6	6	6	6

12. 46170 7069



12. 46170 Ans

option से \rightarrow i) option में सबसे पहले ये देखो जितना LCM आया है उतने बार (2) कितने option में है
 ii) फिर बार से पहले ये देखो किस option में सबसे ज्यादा अंको पर बार नहीं है ।

ऊपर वाले Que में \rightarrow

i) जितने no. (अंको) पर बार हो (2, 2, 1) उनका LCM (ल०स०व०) लेना है \rightarrow LCM = 2 \therefore Ans में बार 2 अंको पर ही होगा

ii) अब ये देखो परामलव के बाद किस option में 3 अंको पर बार नहीं है । \therefore बार से पहले 3 अंको आयेंगे

\therefore 12.46170 का Ans होगा



49) 2.56 + 2.345

ल०स०व० = (1, 1) = 1

X X	X ^{LCM}	X X
2.56	6	6 6
2.34	5	5 5
4.91	2	2 1

4.912 Ans



गुणनखण्डों की संख्या

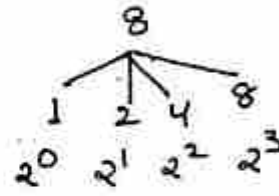
50) 240

2	240
2	120
2	60
2	30
3	15
5	5
	1



$$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$$

#



(गुणनखण्ड ज्यामितीय श्रेणी में होते हैं)

$$8 \rightarrow 2^3$$

$$\begin{aligned} \text{कुल गुणखण्ड} &= \text{घात} + 1 \\ &= 3 + 1 = 4 \end{aligned}$$

i) गुणखण्डों की संख्या
= $5 \times 2 \times 2 = 20$

$$\therefore 8 = 2^3 \times 2^0$$

ii) सभी गुणखण्डों का योग \rightarrow

$$\begin{aligned} & (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) \times (3^0 + 3^1) \times (5^0 + 5^1) \\ &= 31 \times 4 \times 6 = 744 \end{aligned}$$



51) 300 =

2	300
2	150
3	75
5	25
5	5
	1

$$\Rightarrow 2^2 \times 3^1 \times 5^2$$

$$\text{गुणखण्डों की संख्या} = 3 \times 2 \times 3 = 18$$

$$\begin{aligned} \text{सभी गुणखण्डों का योग} &= (2^0 + 2^1 + 2^2) \times (3^0 + 3^1) \times (5^0 + 5^1 + 5^2) \\ &= 7 \times 4 \times 31 = 868 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

52) $2^2 \times 3^1 \times 5^2 = 300$

$$\text{सम गुणखण्डों की संख्या} = 2 \times 2 \times 3 = 12 \rightarrow \text{(सम संख्या की घात में 1 नहीं जोड़ते)}$$

$$\text{सम गुणखण्डों का योग} = (2^1 + 2^2) (3^0 + 3^1) (5^0 + 5^1 + 5^2)$$



$$= 6 \times 4 \times 31 = 744 \rightarrow \text{(सम संख्या की घात 0 वाली terms नहीं लेंगे)}$$

विषम गुणखण्डों की संख्या = $2 \times 3 = 6$ (सम को नहीं लेंगे)

विषम गुणखण्डों का योग = $(3^0 + 3^1)(5^0 + 5^1 + 5^2)$
= $4 \times 31 = 124$ (सम को नहीं लेंगे)



53 $360 \rightarrow 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

2	360
2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

विषम गुणखण्डों की संख्या = $3 \times 2 = 6$

विषम गुणखण्डों का योग = $(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1)$
= $13 \times 6 = 78$

सम गुणखण्डों का योग = $(2^1 + 2^2 + 2^3)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1)$
= $14 \times 13 \times 6 = 1092$

54 $1728 \rightarrow 2^6 \times 3^3$

गुणखण्डों की संख्या = $7 \times 4 = 28$



अभाज्य गुणखण्डों की संख्या

$a^x \times b^y \times c^z \dots$ where $a, b, c \rightarrow$ अभाज्य संख्याएं

अभाज्य गुणखण्डों की संख्या = $x + y + z$

55 $13^2 \times 7^5 \times 3^8$

अभाज्य गुणखण्डों की संख्या = $2 + 5 + 8 = 15$



56 $13^2 \times 7^5 \times 15^8 = 13^2 \times 7^5 \times 3^8 \times 5^8$
= $2 + 5 + 8 + 8 = 23$

अभाज्य गुणखण्डों की संख्या = 23

$\sqrt{ax} \sqrt{ax} \sqrt{ax} \dots \infty$
 | Ans = a

$\sqrt{ax} \sqrt{ax} \sqrt{ax} \dots n$
 Ans = $a \frac{2^n - 1}{2^n}$

57 $\sqrt{8x} \sqrt{8x} \sqrt{8x} \dots 7^{th} \text{ term.}$
 $8 \frac{2^7 - 1}{2^7} = 8 \frac{127}{128} \text{ Ans}$



$\left[z \left\{ y \left(\sqrt{a^m} \right)^n \right\}^o \right]^p$
 Ans = $a \frac{m \times n \times o \times p}{x \times y \times z}$



58 $\sqrt[3]{(\sqrt{5^4})^6} \times \sqrt{(\sqrt[6]{5^8})^3} = ?$
 $\Rightarrow 5^{\frac{4 \times 6}{2 \times 3}} \times 5^{\frac{8 \times 3}{6 \times 2}}$
 $= 5^4 \times 5^2 = 5^6 \text{ Ans}$

$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}}$
 $= \frac{1 + \sqrt{1 + 4a}}{2}$
 OR अगर a के दो गुणखण्डों के बीच का अंतर 1 हो तो बड़ा गुणखण्ड Ans होगा

$\sqrt{a - \sqrt{a - \sqrt{a - \dots}}}$
 $= \frac{-1 + \sqrt{1 + 4a}}{2}$
 OR यहाँ पर छोटा गुणखण्ड Ans होगा



$$59 \quad x = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots \infty}}$$

17

$$x = \frac{1 + \sqrt{29}}{2} \text{ Ans}$$

Range निकालने के लिए $\sqrt{29}$ से पहले और बाद वाली ऐसी संख्या लेते हैं जिसका वर्ग पूरी तरह से निकलता हो.

$$\text{Range} \rightarrow \frac{1 + \sqrt{25}}{2} \quad \frac{1 + \sqrt{36}}{2}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$3 \quad 3.5$$

$$3 < x < 3.5 \text{ Ans}$$



$$60 \quad \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12 + \dots \infty}}}$$

$$\begin{array}{c} \wedge \\ 3 \quad 4 \\ \smile \\ \text{अंतर} = 1 \end{array}$$

$$\text{Ans} = 4$$

$$61 \quad x = \sqrt{8 - \sqrt{8 - \sqrt{8 - \dots \infty}}}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{2}$$

$$\text{Range} \rightarrow \frac{-1 + \sqrt{25}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{36}}{2}$$

$$2 < x < 2.5$$

$$62 \quad x = \sqrt{2 \times 3 \sqrt{4 \times 3 \sqrt{2 \times 3 \sqrt{4 \times 3 \dots \infty}}}}$$

वर्ग करने पर

$$x^2 = 2 \times 3 \sqrt{4 \times 3 \times x}$$

घन

$$x^6 = 8 \times 4 \times x$$

$$x^5 = 32$$

$$x^5 = 2^5$$

$$\therefore \boxed{x=2} \text{ Ans}$$



$$63 \quad (x^{29} - x^{26} - x^{23} + 1) \text{ के गुणनखण्ड } A) (x-1) \text{ है पर } (x+1) \text{ नहीं}$$

$$\begin{array}{l|l} x+1=0 & x-1=0 \\ x=-1 & x=1 \\ x=-1 \text{ रखो} & x=1 \text{ रखो} \\ \Rightarrow 0 & \Rightarrow 0 \end{array}$$

$$\therefore (x-1) \text{ \& } (x+1) \text{ दोनों हैं}$$

- B) $(x+1)$ है पर $(x-1)$ नहीं
 C) दोनों हैं
 D) इनमें से कोई नहीं है

[64] यदि $(x^2 + kx + 4)$ का एक गुणखण्ड $(x-2)$ है तो k का मान ज्ञात करो

$$x-2=0$$

$$x=2$$



$$4 + 2k + 4 = 0$$

$$2k = -8$$

$$\therefore k = -4$$

[65] यदि $(ax^3 + bx^2 + 3x + 5)$ के दो गुणखण्ड $(x+1)$ & $(x-1)$ हैं तो a, b का मान ज्ञात करो

$$x-1=0$$

$$x=1$$

$$\Rightarrow a+b=-8$$

$$x+1=0$$

$$x=-1$$

$$\Rightarrow -a+b=-2$$

$$\begin{array}{r} a+b = -8 \\ -a+b = -2 \\ \hline 2b = -10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} b = -5 \\ a = -3 \end{array}$$

[66] $\frac{x^2 - 7x + 15}{x-3}$, find R (शेषफल)

$$x=3 \Rightarrow 9 - 21 + 15 \Rightarrow 3 \text{ Ans}$$



[67] $\frac{x^2 + 1}{x+1} \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow -1+1=0 \rightarrow$ शेषफल

[68] $\frac{x^4 + 3}{x^4 + 1}$, find R $\left| \begin{array}{l} (x^4)^1 + 3 \Rightarrow (-1)^1 + 3 \\ = 4 \rightarrow \text{शेषफल} \text{ Ans} \end{array} \right.$

$$x^4 + 1 = 0 \therefore x^4 = -1$$

[69] $\frac{x^{51} + 51}{x+1}$, शेषफल = ?

$$x = -1 \Rightarrow (-1)^{51} + 51 = 50 \text{ Ans}$$

[70] $\frac{x^{51} + a}{x+1}$, शेषफल = 50, a का मान ज्ञात करो

$$x+1=0 \therefore x = -1$$

$$(-1)^{51} + a = 50 \Rightarrow -1 + a = 50 \therefore a = 51$$

19

71 $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$

$$a^2 + b^2 + ab = 4$$

$$ab = ?$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 = 4 - ab$$

वर्ग

$$a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = 16 + a^2b^2 - 8ab$$

$$8 - a^2b^2 + 2a^2b^2 = 16 + a^2b^2 - 8ab$$

$$ab = 1$$



72 यदि $x^2 + 2 = 2x$ | तब $x^4 - x^3 + x^2 + 2 = ?$

वर्ग

$$x^4 + 4 + 4x^2 = 4x^2$$

$$x^4 = -4$$

Now, $x^2 + 2 = 2x$

$$x^2 = 2x - 2$$

$$\frac{x^2}{2} = (x-1)$$

$$\therefore -4 - x^3 + x^2 + 2$$

$$\Rightarrow -x^3 + x^2 - 2$$

$$\Rightarrow -x^2(x-1) - 2$$

Now, $-x^2 \left(\frac{x^2}{2} \right) - 2$

$$\Rightarrow \frac{-x^4}{2} - 2 \Rightarrow \frac{4}{2} - 2 \Rightarrow 0$$

Ans



73 $x^4 + y^4 = 19$ | $x + y = 1$ | $x^2y^2 - 2xy = ?$

$$x + y = 1$$

वर्ग

$$x^2 + y^2 + 2xy = 1$$

$$x^2 + y^2 = 1 - 2xy$$

वर्ग

$$x^4 + y^4 + 2x^2y^2 = 1 + 4x^2y^2 - 4xy$$

$$19 - 2x^2y^2 - 1 = -4xy$$



$$18 - 2x^2y^2 + 4xy$$

$$9 - x^2y^2 + 2xy = 0$$

$$-x^2y^2 + 2xy = -9$$

$$x^2y^2 - 2xy = 9 \text{ Ans}$$

74 $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 12 \mid a^2 + ab + b^2 = 4 \mid ab = ?$

$a^2 + ab + b^2 = 4$

$a^2 + b^2 = 4 - ab$

वर्ग

$a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = 16 + a^2b^2 - 8ab$

$12 - a^2b^2 + 2a^2b^2 = 16 + a^2b^2 - 8ab$



$-4 = -\frac{2}{8}ab$

$ab = \frac{1}{2}$ Ans

75 $x = a^2 + b^2 \mid \frac{a^4 + b^4}{a^2 - ab\sqrt{2} + b^2} = ?$
 $y = ab\sqrt{2}$

$x = a^2 + b^2$

$x^2 = a^4 + b^4 + 2a^2b^2$

$y = ab\sqrt{2}$
 $y^2 = 2a^2b^2$

$\therefore x^2 = a^4 + b^4 + y^2$

$\therefore x^2 - y^2 = a^4 + b^4$

$\therefore \frac{(x+y)(x-y)}{(x-y)} \Rightarrow (x+y)$ Ans



$x + \frac{1}{x} = 13$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 13^2 - 2 = 167$

//////////

$x + \frac{1}{x} = 3$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$



\therefore If $x + \frac{1}{x} = a$
तब $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2$

$x - \frac{1}{x} = 13$

$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 169$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 169 + 2$

//////////

$x - \frac{1}{x} = 3$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$

\therefore यदि $x - \frac{1}{x} = a$
तब $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 + 2$

76] यदि $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 1$ तब $x^{512} + \frac{1}{x^{512}} = ?$ 21

वर्ग

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (-1)^2 - 2 = -1$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = -1$$

$$x^8 + \frac{1}{x^8} = -1$$

$$\therefore x^{512} + \frac{1}{x^{512}} = -1 \text{ Ans}$$



#

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x \times (x^2 + \frac{1}{x^2}) = (-1) \times x$$

$$x^3 + \frac{1}{x} = -x$$

$$x^3 + \frac{1}{x} + x = 0$$

$$x^3 + 1 = 0$$

$$x^3 = -1$$



$$\therefore \text{ यदि } x + \frac{1}{x} = 1$$

$$\text{or } x^2 - x + 1 = 0$$

$$\text{तब } x^3 + 1 = 0$$

$$\therefore x^3 = -1$$

$$\text{यदि } x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\text{or } x^2 + x + 1 = 0$$

$$\text{तब } x^3 - 1 = 0$$

$$\therefore x^3 = 1$$

77] यदि $x^2 + x + 1 = 0$ | $x^3 + 1 = ?$

$$\therefore x^3 = 1$$

$$\therefore 1 + 1 = 2 \text{ Ans}$$

78] यदि $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 1$ | $x^{40} + \frac{1}{x^{40}} = ?$

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\therefore x^3 = 1$$

$$(x^3)^{13} = (1)^{13}$$

$$\therefore x^{39} = 1$$

$$x \cdot x^{39} + \frac{1}{x \cdot x^{39}}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x}$$

$$= -1 \text{ Ans}$$



79] यदि $x + \frac{1}{x} = 1$

$x^3 = -1$
 $(x^3)^6 = (-1)^6$

$\therefore x^{18} = 1$

$x^{17} + \frac{1}{x^{17}} = ?$

$\frac{x \cdot x^{17}}{x} + \frac{1}{\frac{x \cdot x^{17}}{x}} \Rightarrow \frac{x^{18}}{x} + \frac{x}{x^{18}}$

$\frac{1}{x} + x = 1$ Ans

22

80] $x + \frac{1}{x} = 1$

$x^3 = -1$

$x^{16} + x^{13} = ?$ धात का अन्तर 3 है तो

Ans 0 आयेगा.

$\Rightarrow x^3 \cdot x^{13} + x^{13}$

$\Rightarrow -x^{13} + x^{13} = 0$ Ans.

81] यदि $x + \frac{1}{x} = 1$

$x^3 = -1$

$x^{91} + x^{90} + x^{89} + x^{88} + x^{87} + x^{86} = ?$

$= 0$ Ans

#

$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right)$

#

यदि $x + \frac{1}{x} = 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 10$
 तब $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18 \quad 52 \quad 110 \quad 198 \quad 970$

#

यदि $x - \frac{1}{x} = 10 \quad 6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2$
 तब $x^3 - \frac{1}{x^3} = 1030 \quad 234 \quad 140 \quad 76 \quad 36 \quad 14$

82 यदि $a-b+5=0$ | $(x-a)(x-b)=1$ | $(x-a)^3 - \frac{1}{(x-a)^3} = ?$

$-b = -a-5$ $m(x-a-5)=1$ $x-a=m$

$m(m-5)=1$ $m^3 - \frac{1}{m^3} = ?$

$m-5 = \frac{1}{m}$ $= 140$ Ans

$m - \frac{1}{m} = 5$



CLASS
3B

By Pardeep Choker
7206446517

83 यदि $x^2+x=5$ | $(x+3)^3 + \frac{1}{(x+3)^3} = ?$

$\therefore (m-3)^2 + (m-3) = 5$ $x+3=m$ $\therefore x=m-3$

$m^2+9-6m+m-3=5$ $m^3 + \frac{1}{m^3} = ?$

$m^2-5m=-1$ $(\because m + \frac{1}{m} = 5)$

$m(m-5)=-1$ $\therefore m^3 + \frac{1}{m^3} = 125-15 = 110$ Ans

$(m-5) = -\frac{1}{m}$

$m + \frac{1}{m} = 5$

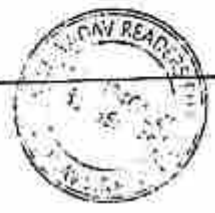


84 यदि $x(x-3)=-1$ | $x^3(x^3-18) = ?$

$(x-3) = -\frac{1}{x}$ $x^3 \cdot x^3 + \frac{1}{x^3} \cdot x^3 = 18 \cdot x^3$

$x + \frac{1}{x} = 3$ $x^6 + 1 = 18x^3 \Rightarrow x^6 - 18x^3 = -1$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$ $\Rightarrow x^3(x^3-18) = -1$ Ans



85 यदि $x - \frac{1}{x} = 3$ तब $x^7 - \frac{1}{x^7} = ?$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$ $(x^4 + \frac{1}{x^4})(x^3 - \frac{1}{x^3}) = 119 \times 36$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$ $x^7 - \frac{1}{x^7} - (x - \frac{1}{x}) = 119 \times 36$

$x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$ $x^7 - \frac{1}{x^7} = 119 \times 36 + 3$ Ans

$9 \times 36 = 5(4) + 3$
 $= 7$
option में
इकाई का भेक
7 होगा

86 यदि $x + \frac{1}{x} = 3$ | $x^7 + \frac{1}{x^7} = ?$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$

$(x^4 + \frac{1}{x^4})(x^3 + \frac{1}{x^3}) = 47 \times 18$

$(x^7 + \frac{1}{x^7}) + (x + \frac{1}{x}) = 47 \times 18$

$x^7 + \frac{1}{x^7} = 47 \times 18 - 3$

$7 \times 8 = 56$

$\frac{56}{3} \rightarrow$ इकाई के अंक 3 वाला option Ans होगा ?



87 यदि $x + \frac{1}{x} = 4$ तब $x^5 + \frac{1}{x^5} = ?$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

$(x^2 + \frac{1}{x^2})(x^3 + \frac{1}{x^3}) = 14 \times 52$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = 14 \times 52 - 4$



88 $x + \frac{1}{x} = 5$ | $x^5 + \frac{1}{x^5} = ?$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = 23 \times 110 - 5$ Ans

89 यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ तब $x^{100} + \frac{1}{x^{100}} = ?$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

Now, $\frac{x^2 \cdot x^{100}}{x^2} + \frac{1 \cdot x^2}{x^{100} \cdot x^2}$

$\frac{x^{102}}{x^2} + \frac{x^2}{x^{102}}$

$(x^6)^{17} = (-1)^{17} = -1 \therefore x^{102} = -1$

$\therefore -\frac{1}{x^2} - x^2 \Rightarrow -1(x^2 + \frac{1}{x^2}) = -1$ Ans

यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$
 तब $x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$
 $x^6 + 1 = 0$
 $x^6 = -1$



90 यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ | $x^{33} + \frac{1}{x^{33}} = ?$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$



$x^3 \cdot x^{30} + \frac{1}{x^3 \cdot x^{30}} \Rightarrow -x^3 - \frac{1}{x^3}$

$\Rightarrow -(x^3 + \frac{1}{x^3}) = 0$ Ans

91 यदि $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ | $x^{93} + x^{91} + x^{87} + x^{85} + x^{83} + x^{89}$

$x^6 = -1$

$= 0$

घात का अन्तर 6 है तो Result 0 बन जाता है।

92 यदि $a^2 + a + 1 = 0$ | तब $a^5 + a^4 + 1 = ?$

$a^3 = 1$



$= a^2 \cdot a^3 + a \cdot a^3 + 1$

$= a^2 + a + 1 \Rightarrow 0$ Ans

यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = a$
तब $x + \frac{1}{x} = \sqrt{a+2}$

यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = a$
तब $x - \frac{1}{x} = \sqrt{a-2}$

93 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 13$ | $x + \frac{1}{x} = ?$

$x + \frac{1}{x} = \sqrt{13+2} = \sqrt{15}$

94 $x^4 + \frac{1}{x^4} = 23$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{23+2} = 5$

$x - \frac{1}{x} = \sqrt{5-2} = \sqrt{3}$

$x + \frac{1}{x} = \sqrt{5+2} = \sqrt{7}$



95 $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = \sqrt{322+2} = 18$

$x + \frac{1}{x} = \sqrt{18+2} = \sqrt{20}$

$x - \frac{1}{x} = \sqrt{18-2} = 4$

$$\boxed{96} \quad x + \frac{1}{x} = 3 \quad | \quad x^2 - \frac{1}{x^2} = ?$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = \sqrt{47-2} = \sqrt{45} \\ = 3\sqrt{5}$$

$$\textcircled{\text{OR}} \quad x^2 - \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})(x - \frac{1}{x})$$

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\& \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{7-2} = \sqrt{5}$$

$$\therefore (x + \frac{1}{x})(x - \frac{1}{x}) = 3\sqrt{5} \text{ Ans}$$

$$\boxed{97} \quad x + \frac{1}{x} = 4 \quad | \quad x^4 - \frac{1}{x^4} = ?$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 194$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = \sqrt{192} \\ = 8\sqrt{3}$$

$$(x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$$

$$(x^2 + \frac{1}{x^2})(x^2 - \frac{1}{x^2})$$

$$= 14 \times 8\sqrt{3} = 112\sqrt{3} \text{ Ans}$$



$$\boxed{98} \quad \text{If } x + \frac{1}{x} = 3, \text{ then } x - \frac{1}{x} = ?$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$\boxed{99} \quad \text{यदि } x - \frac{1}{x} = 1 \quad | \quad x = ? , \sqrt{x} = ?$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$x - \frac{1}{x} = 1$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$\frac{2x}{2x} = \sqrt{5} + 1$$

$$x = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{\frac{\sqrt{5} + 1}{2}}$$

$$\boxed{100} \quad x^4 + \frac{1}{x^4} = 23 \quad | \quad x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$$

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ Ans}$$

101 $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$

$x + \frac{1}{x} = \sqrt{20}$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3(x + \frac{1}{x})$

$\Rightarrow 20\sqrt{20} - 3\sqrt{20} = 17\sqrt{20}$

102 $(a-2)^2 + (b-5)^2 + (c+1)^2 = 0$ | $\sqrt{a+b+c} = ?$

$a-2=0$ | $b-5=0$ | $c+1=0$
 $\therefore a=2$ | $\therefore b=5$ | $c=-1$

$\sqrt{a+b+c} = \sqrt{2+5-1} = \sqrt{6}$

यदि $x^2 + y^2 + z^2 = 0$
तब $x + y + z = 0$



103 $a^2 + b^2 + c^2 = 2(a-b+c) - 3$ | $a+b+c = ?$

$a^2 + b^2 + c^2 = 2a - 2b + 2c - 1 - 1 - 1$

$a^2 + 1 - 2a + b^2 + 1 + 2b + c^2 + 1 - 2c = 0$

$(a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-1)^2 = 0$

$a-1=0$ | $b+1=0$ | $c-1=0$
 $\therefore a=1$ | $\therefore b=-1$ | $\therefore c=1$

$a+b+c = 1-1+1 = 1$ Ans

104 $a^2 + b^2 + c^2 = 2(a+2b-2c) - 9$ | $a+b+c = ?$

$a^2 + b^2 + c^2 = 2a + 4b - 4c - 9$

$a^2 + 1 - 2a + b^2 + 4 - 4b + c^2 + 4 + 4c = -9 + 1 + 4 + 4$

$(a-1)^2 + (b-2)^2 + (c+2)^2 = 0$

$\therefore a=1$ | $b=2$ | $c=-2$

$a+b+c = 1+2-2 = 1$ Ans

$$105 \quad \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) + \left(1 - \frac{2}{n+1}\right) + \left(1 - \frac{3}{n+1}\right) + \dots + \left(1 - \frac{n}{n+1}\right)$$

$$\Rightarrow n - \left[\frac{1}{n+1} + \frac{2}{n+1} + \frac{3}{n+1} + \dots + \frac{n}{n+1} \right] \quad \therefore 1+1+1+\dots+n = 1 \times n = n$$

$$\Rightarrow n - \left[\frac{1+2+3+\dots+n}{n+1} \right]$$



$$\Rightarrow n - \frac{n(n+1)}{2(n+1)} \Rightarrow n - \frac{n}{2} \Rightarrow \frac{n}{2} \text{ Ans}$$

$$106 \quad \frac{3}{4} \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{2}{3}\right) \left(1 - \frac{2}{5}\right) \left(1 + \frac{6}{7}\right) \left(1 - \frac{12}{13}\right)$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{13}{7} \times \frac{1}{13} = \frac{1}{7}$$

$$107 \quad \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{n}{n} \Rightarrow \frac{1}{n}$$

$$108 \quad \left(2 - \frac{1}{3}\right) \left(2 - \frac{3}{5}\right) \left(2 - \frac{5}{7}\right) \left(2 - \frac{7}{9}\right) \dots \left(2 - \frac{999}{1001}\right)$$

$$\frac{5}{3} \times \frac{7}{5} \times \frac{9}{7} \times \frac{11}{9} \times \dots \times \frac{1001}{1001} \Rightarrow \frac{1003}{3} \text{ Ans}$$

$$109 \quad \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{85^2}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2^2-1}{2^2}\right) \left(\frac{3^2-1}{3^2}\right) \left(\frac{4^2-1}{4^2}\right) \dots \left(\frac{85^2-1}{85^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1 \times 3}{2 \times 2} \times \frac{2 \times 4}{3 \times 3} \times \frac{3 \times 5}{4 \times 4} \times \frac{4 \times 6}{5 \times 5} \dots \frac{84 \times 86}{85 \times 85}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{86}{85} \Rightarrow \frac{43}{85}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{11} - \frac{1}{12}$$

$$1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$



115

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \dots + \frac{1}{598}$$

$\begin{matrix} \wedge & & \wedge & & \wedge & & \wedge \\ 2 \times 5 & & 5 \times 8 & & 8 \times 11 & & 23 \times 26 \end{matrix}$

3 से गुणा व भाग करने पर

$$\frac{1}{3} \left[\frac{3}{10} + \frac{3}{40} + \frac{3}{88} + \dots + \frac{3}{598} \right]$$

$$\frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{23} - \frac{1}{26} \right]$$

$$\frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{26} \right] = \frac{2}{13} \text{ Ans}$$

OR

$$\frac{1}{\text{Terms के बीच का अंतर}} \left[\frac{1}{\text{पहली Term}} - \frac{1}{\text{आखिरी Term}} \right]$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{26} \right) = \frac{2}{13}$$

116

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{45} + \frac{1}{117} + \dots + \frac{1}{3965}$$

$\begin{matrix} \wedge & & \wedge & & \wedge & & \wedge \\ 1 \times 5 & & 5 \times 9 & & 9 \times 13 & & 61 \times 65 \end{matrix}$



$$\Rightarrow \frac{1}{4} \left[1 - \frac{1}{65} \right] \Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{64}{65} \Rightarrow \frac{16}{65} \text{ Ans}$$

117

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{8}}} \Rightarrow \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{9}{8}}} \Rightarrow \frac{1}{2 + \frac{8}{9}} \Rightarrow \frac{1}{\frac{26}{9}} = \frac{9}{26} \text{ Ans}$$

118

$$\frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4}}}} \Rightarrow \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{9}{4}}}} \Rightarrow \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{4}{9}}} \Rightarrow \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{13}{9}}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3 + \frac{9}{13}} \Rightarrow \frac{1}{\frac{48}{13}} \Rightarrow \frac{13}{48} \text{ Ans}$$

119

$$\frac{2}{2 + \frac{2}{3 + \frac{2}{3 + \frac{2}{3}}}} \times 0.39 \Rightarrow \frac{2}{2 + \frac{2}{3 + \frac{2}{\frac{11}{3}}}} \times 0.39$$



$$\Rightarrow \frac{2}{2 + \frac{2}{3 + \frac{6}{11}}} \times 0.39 \Rightarrow \frac{2}{2 + \frac{2}{\frac{39}{11}}} \times 0.39$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2 + \frac{22}{39} \times \frac{39}{100}} \Rightarrow \frac{2}{2 + \frac{11}{50}} \Rightarrow \frac{2}{\frac{100+11}{50}} \Rightarrow \frac{100}{111} \text{ Ans}$$

120

$$\frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}} = \frac{17}{60} \quad | \quad (a+b+c+d) = ?$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{60}{17}} \Rightarrow \frac{1}{3 + \frac{9}{17}} \Rightarrow \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{17}{9}}} \Rightarrow \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{8}{9}}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{9}{8}}}} \Rightarrow \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{9}}}}$$

(A) (B) (C) (D)

$$\Rightarrow A+B+C+D = 3+1+1+9 = 14 \text{ Ans}$$

121

$$\frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} = \frac{9}{26} \quad , \quad a, b, c \text{ ज्ञात करो :}$$



$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{9}{26} \times \frac{26}{9}} \Rightarrow \frac{1}{2 + \frac{8}{9}} \Rightarrow \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{9}{8}}}$$

(a) (b) (c)

$$\therefore a=2 \quad c=8 \quad \text{Ans}$$

$$b=1$$

$$122 \quad (x+y-z-1)^2 + (z+x-y-2)^2 + (z+y-x-4)^2 = 0 \quad | \quad x+y+z=?$$

$$x+y-z-1=0$$

$$x+y-z=1$$

जोड़ने पर

$$x+y+z=7$$

$$z+x-y=2 \quad | \quad z+y-x=4$$



$$123 \quad 5x^2 + 4xy + y^2 + 2x + 1 = 0 \quad | \quad x, y \text{ का मान ज्ञात करो}$$

$$x^2 + 2x + 1 + 4x^2 + y^2 + 4xy = 0$$

$$(x+1)^2 + (2x+y)^2 = 0$$

$$\begin{array}{l|l} x+1=0 & 2x+y=0 \\ \hline \therefore x=-1 & -2+y=0 \end{array}$$

$$y=2$$

CLASS
40



By Pardeep Choker
7206446517

$$124 \quad \text{यदि } a=999$$

$$b=997$$

$$c=995$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = ?$$

$$\frac{1}{2} [(2)^2 + (2)^2 + (-4)^2] = \frac{1}{2} \times 24 = 12 \quad \text{Ans}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = \frac{1}{2} [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2} (a+b+c) [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]$$

$$125 \quad \text{यदि } a=99$$

$$b=97$$

$$c=95$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = ?$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = \frac{1}{2} \times 291 [4+4+16]$$

$$= \frac{1}{2} \times 291 \times 24 = 291 \times 12 = 3492 \text{ Ans.}$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0 \text{ यदि } \left[\begin{array}{l} \text{i) } a+b+c = 0 \\ \quad \therefore a \neq b \neq c \\ \text{ii) } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0 \\ \quad \therefore a = b = c \end{array} \right.$$

[126] यदि $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$ और $a+b+c \neq 0$

इनमें से कौनसा सही है

- i) $a > b > c$ iii) $a < b < c$
 ii) $b < a > c$ ~~iv) $a = b = c$~~



[127] यदि $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ और $a+b+c \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{N}$.
 $a+b+c$ का मान ज्ञात करो:

- A) 2 B) 4 ~~C) 6~~ D) 8

$$a = b = c. \quad \therefore 2, 2, 2$$

$$[128] \left(\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \right) \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \right) = ?$$

$$\text{यदि } a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$$

$$\therefore a = b = c$$

$$a = b = c = 1 \text{ रखने पर}$$

$$3 - 6 \times \frac{3}{2} = 9 \text{ Ans}$$

यदि $a+b+c=0$
तब $a^3+b^3+c^3=3abc$

यदि $a+b-c=0$
तब $a^3+b^3-c^3=-3abc$

129 यदि $a^2+b^2=c^2$

$a^2+b^2+(-c^2)=0$
 $\therefore x+y+z=0$
 $x^3+y^3+z^3=3xyz$
 $a^6+b^6-c^6=3 \times a^2 \times b^2 \times (-c^2)$
 $= -3a^2b^2c^2$



$\frac{a^6+b^6-c^6}{a^2b^2c^2}$
 $\Rightarrow \frac{-3a^2b^2c^2}{a^2b^2c^2}$
 $\Rightarrow -3$ Ans

130 $a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}=c^{\frac{1}{3}}$

- A) $a^3+b^3+c^3=3abc$
- B) $a+b+c=3abc$
- C) $(a+b-c)^3+27abc=0$
- D) $(a+b+c)^3-27abc=0$

$a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}+(-c^{\frac{1}{3}})=0$
 $x+y+z=0$
 $\therefore x^3+y^3+z^3=3xyz$
 $a+b-c=3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}(-c^{\frac{1}{3}})$

घन करने पर
 $(a+b-c)^3=-27abc$
 $(a+b-c)^3+27abc=0$
Ans

131 $a=1.21$
 $b=2.23$
 $c=3.44$
 $a+b-c=0$

$a^3+b^3-c^3+3abc=?$
 $\therefore a^3+b^3-c^3+3abc=0$



132 $a=1.21$
 $b=2.23$
 $c=-3.44$
 $a+b+c=0$

$a^3+b^3+c^3+3abc=?$
 $\therefore a^3+b^3+c^3=3abc$
 $\therefore 3abc+3abc=6abc$ Ans

133
$$\frac{(x^2-y^2)^3 + (y^2-z^2)^3 + (z^2-x^2)^3}{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3} = ?$$

$$\begin{aligned} & \frac{(x^2-y^2)^3 + (y^2-z^2)^3 + (z^2-x^2)^3}{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3} \\ & \begin{matrix} a & b & c \end{matrix} \qquad \therefore \frac{(x^2-y^2)^3 + (y^2-z^2)^3 + (z^2-x^2)^3}{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3} \\ & = 3(x^2-y^2)(y^2-z^2)(z^2-x^2) \\ & = 3(x-y)(x+y)(y-z)(y+z)(z-x)(z+x) \end{aligned}$$

$a = x^2 - y^2$

$b = y^2 - z^2$

$c = z^2 - x^2$

$a+b+c = 0$

Now,
$$\frac{(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3}{a \quad b \quad c}$$

$\therefore a+b+c = 0$

$$\therefore (x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3 = 3(x-y)(y-z)(z-x)$$

$$\therefore \frac{3(x-y)(x+y)(y-z)(y+z)(z-x)(z+x)}{3(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$\Rightarrow (x+y)(y+z)(z+x)$ Ans



134 यदि $x+y+z = 2s$ | $(s-x)^3 + (s-y)^3 + 3(s-x)(s-y)z = ?$

$z = 2s - x - y$

$$z = \frac{s-x}{a} + \frac{s-y}{b} \Rightarrow (s-x+s-y)^3 = (2s-x-y)^3 = z^3$$
 Ans

$\therefore (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

OR $a+b+c = 0$

$(s-x) + (s-y) + (-z) = 0$

$2s - x - y - z$

$2s - (x+y+z)$

$= 2s$

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0 \\ & (s-x)^3 + (s-y)^3 - z^3 - 3(s-x)(s-y)(-z) = 0 \\ & (s-x)^3 + (s-y)^3 + 3(s-x)(s-y)(-z) = z^3 \end{aligned}$$

Ans



OR put $s=0$

$$x+y+z=0 \quad | \quad -x^3-y^3+3xyz = ?$$

$$\therefore x^3+y^3+z^3-3xyz=0$$

$$\therefore -x^3-y^3+3xyz = z^3 \quad \underline{\text{Ans}}$$

135

$$a=25$$

$$b=27$$

$$c=24$$

$$\frac{a^3+b^3+c^3-3abc}{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2} = ?$$

$$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2}(a+b+c) [(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]}{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}$$



$$\Rightarrow \frac{1}{2}(a+b+c) \Rightarrow \frac{1}{2} \times 76 \Rightarrow 38 \quad \underline{\text{Ans}}$$

और $\frac{a^3+b^3+c^3-3abc}{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca} = \frac{(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}{(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}$

$$\therefore a+b+c = 76 \quad \underline{\text{Ans}}$$

136

यदि $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} + \frac{3}{x+3} + \dots + \frac{1005}{x+1005} = 1200$

तब $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+2} + \dots + \frac{x}{x+1005} = ?$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1} - 1 + \frac{2}{x+2} - 1 + \dots + \frac{1005}{x+1005} - 1 = 1200 - 1005$$

$$\Rightarrow \frac{-x}{x+1} + \frac{-x}{x+2} + \dots + \frac{-x}{x+1005} = 195$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+2} + \dots + \frac{x}{x+1005} = -195 \quad \underline{\text{Ans}}$$

इस type में +1 या -1 होगा





137 $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{y-b} + \frac{c}{z-c} = 2$

$\frac{x}{x-a} + \frac{y}{y-b} + \frac{z}{z-c} = ?$

1 जोड़ने पर $\therefore 2+3 = 5$ Ans

138 $\frac{a^2-bc}{a^2+bc} + \frac{b^2-ac}{b^2+ac} + \frac{c^2-ab}{c^2+ab} = 1$ | $\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+ca} + \frac{c^2}{c^2+ab} = ?$

$\frac{a^2-bc}{a^2+bc} + 1$

$= 1+3 = 4$

$\Rightarrow \frac{4}{2} = 2$ Ans

$\Rightarrow \frac{2a^2}{a^2+bc}$

139 $x+y+z = 10$ | $x^3+y^3+z^3 - 3xyz = ?$
 $x^2+y^2+z^2 = 30$

$x+y+z = 10$
 का करने पर

$\Rightarrow (x+y+z) [x^2+y^2+z^2 - (xy+yz+zx)]$
 $\Rightarrow 10(30-35) = -50$ Ans

$x^2+y^2+z^2 + 2(xy+yz+zx) = 100$

$\therefore xy+yz+zx = \frac{100-30}{2} = \frac{70}{2} = 35$

140 $x+y+z = 15$ | $x^3+y^3+z^3 - 3xyz = ?$
 $x^2+y^2+z^2 = 83$



$xy+yz+zx = \frac{225-83}{2} = 71$ | $\Rightarrow 15(83-71) \Rightarrow 180$ Ans

141 $a+b+c = 6$ | $x^3+y^3+z^3 - 3xyz = ?$ | $a^3+b^3+c^3 = 40$
 $a^2+b^2+c^2 = 16$ | $abc = ?$

$ab+bc+ca = \frac{36-16}{2} = 10$ | $\Rightarrow 40 - 3abc = 6(16-10)$
 $\Rightarrow 3abc = 4$

$\therefore abc = \frac{4}{3}$ Ans

142. $x+y+z=8$
 $xy+yz+zx=24$
 $x^2+y^2+z^2=16$

$x^3+y^3+z^3-3xyz=?$
 $\Rightarrow 8(16-24)$
 $\Rightarrow 8(-8) = -64$ Ans

CLASS
41

By Pardeep Choker
7206446517

143. यदि $x=5+2\sqrt{6}$ व $xy=1$ | $\frac{x^2+y^2+2xy}{x^3+y^3-3xy}=?$

$\frac{1}{x} = 5-2\sqrt{6}$ व $y = \frac{1}{x}$

$\therefore x + \frac{1}{x} = 10$



$\frac{x^2 + \frac{1}{x^2} + 2}{x^3 + \frac{1}{x^3} - 3} = \frac{100}{967}$

144. $x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, $y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ | $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = ?$

$y = \frac{1}{x}$

$x = 5-2\sqrt{6}$

$\frac{1}{x} = 5+2\sqrt{6}$

$x + \frac{1}{x} = 10$



$\rightarrow \frac{x^3+y^3}{xy}$
 $\rightarrow \frac{x^3 + \frac{1}{x^3}}{1}$
 $\rightarrow 970$ Ans

145. यदि $x + \frac{1}{x} = 5$ | $\frac{x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 3x + 1}{x^4 + 1} = ?$

ans. को $x^2 + \frac{1}{x^2}$, $x^3 + \frac{1}{x^3}$
 or $x + \frac{1}{x}$ की form
 में लाना है।

divide by x^2
 $\rightarrow \frac{x^2 + 3x + 5 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}}{x^2 + \frac{1}{x^2}}$
 $\rightarrow \frac{x^2 + \frac{1}{x^2} + 3x + \frac{3}{x} + 5}{x^2 + \frac{1}{x^2}}$

$$\rightarrow \frac{23 + 3(5) + 5}{23} \Rightarrow \frac{43}{23} \text{ Ans}$$

146 यदि $x = 3 + 2\sqrt{2}$, $y = 3 - 2\sqrt{2}$ | $\frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} = ?$

$$\frac{1}{x} = 3 - 2\sqrt{2} \quad \therefore y = \frac{1}{x}$$

$$x + \frac{1}{x} = 6$$



$$\rightarrow \frac{x^3 + \frac{1}{x^3}}{x^2 + \frac{1}{x^2}}$$

$$\rightarrow \frac{198}{34} = \frac{99}{17} \text{ Ans}$$

147 यदि $x + \frac{1}{x} = 4$

| $\frac{x^4 + \frac{1}{x^2}}{x^2 - 3x + 1} = ?$

x से भाग देने पर

$$\frac{x^3 + \frac{1}{x^3}}{x - 3 + \frac{1}{x}} \Rightarrow \frac{52}{4-3} = 52 \text{ Ans}$$

148 यदि $x = 2 + \sqrt{3}$

$$\frac{1}{x} = 2 - \sqrt{3}$$

$$x + \frac{1}{x} = 4$$

तब $\frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x^3} = ?$

$$\rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + x + \frac{1}{x} \quad (\text{x से भाग देने पर})$$

$$\rightarrow 52 + 4 \Rightarrow 56 \text{ Ans}$$

149 यदि $x + \frac{a}{x} = 1$

$$x^2 + a = x$$

$$x^2 - x = -a$$

| $\frac{x^2 + x + a}{x^3 - x^2} = ?$

x से भाग देने पर

$$\rightarrow \frac{x + \frac{a}{x} + 1}{x^2 - x} \Rightarrow \frac{2}{x^2 - x}$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{a} \text{ Ans}$$



150 यदि $x - \frac{1}{x} = 1$

$\frac{x}{x^2 - \sqrt{x} + 1} = ?$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$x - \frac{1}{x} = 1$$

$$x = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{\frac{\sqrt{5} + 1}{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{5} + 1}}$$

↳ x से भाग देने पर

$$\rightarrow \frac{1}{x + \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{5} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{5} + 1}}}$$



Ans

151 यदि $x(3 - \frac{2}{x}) = \frac{3}{x}$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$

$$3x - 2 = \frac{3}{x}$$

$$3x - \frac{3}{x} = 2$$

3 से भाग देने पर

$$\frac{3x}{3} - \frac{3}{3x} = \frac{2}{3}$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{4}{9} + 2 = \frac{22}{9}$$



Ans

152 $3a + \frac{1}{5a} = 6$

$25a^2 + \frac{1}{9a^2} = ?$

$\frac{5}{3}$ से गुणा करने पर
(a का coeff. 5 करने के लिए)

$$\frac{5}{3} \times 3a + \frac{1}{5a} \times \frac{5}{3} = 6 \times \frac{5}{3}$$

$$5a + \frac{1}{3a} = 10$$

$$25a^2 + \frac{1}{9a^2} + 2 \times 5a \times \frac{1}{3a} = 100$$

$$25a^2 + \frac{1}{9a^2} = 100 - \frac{10}{3}$$

$$= \frac{290}{3}$$

Ans

153 $a + \frac{1}{64a} = \frac{3}{2}$ | $64a^2 + \frac{1}{64a^2} = ?$

8 से गुणा करने पर

$$8a + \frac{1}{8a} = 12$$

$$\therefore 64a^2 + \frac{1}{64a^2} + 2 \cdot 8a \cdot \frac{1}{8a} = 144$$

$$\therefore 64a^2 + \frac{1}{64a^2} = 144 - 2 = 142 \text{ Ans}$$



154 $4b^2 + \frac{1}{b^2} = 2$ | $8b^3 + \frac{1}{b^3} = ?$

$$(2b)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 = 2$$

$$(2b)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + 2 \times 2b \times \frac{1}{b} = 2 + 4$$

$$(2b + \frac{1}{b})^2 = 6$$

$$2b + \frac{1}{b} = \sqrt{6}$$

$$8b^3 + \frac{1}{b^3} = (2b + \frac{1}{b})^3 - 3 \times 2b \times \frac{1}{b} (2b + \frac{1}{b})$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 0 \text{ Ans}$$



155 $3x + \frac{1}{2x} = 5$ | $8x^3 + \frac{1}{27x^3} = ?$

$$3x \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2x} \times \frac{2}{3} = 5 \times \frac{2}{3}$$

$$2x + \frac{1}{3x} = \frac{10}{3}$$

$$8x^3 + \frac{1}{27x^3} = \left(2x + \frac{1}{3x}\right)^3 - 3 \times 2x \times \frac{1}{3x} \left(2x + \frac{1}{3x}\right)$$

$$= \frac{1000}{27} - 2 \times \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{1000}{27} - \frac{20}{3} \Rightarrow \frac{820}{27} \text{ Ans}$$



156 $(2x - \frac{3}{x}) = 5$ | $4x^2 - \frac{9}{x^2} = ?$

$$4x^2 + \frac{9}{x^2} - 2 \times 2x \times \frac{3}{x} = 25$$

$$4x^2 + \frac{9}{x^2} = 37$$

$$\left(2x + \frac{3}{x}\right)^2 - 2 \cdot 2x \cdot \frac{3}{x} = 37$$

$$\left(2x + \frac{3}{x}\right)^2 = 37 + 12 = 49$$

$$\left(2x + \frac{3}{x}\right) = 7$$



$$4x^2 - \frac{9}{x^2}$$

$$\Rightarrow (2x)^2 - \left(\frac{3}{x}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(2x - \frac{3}{x}\right) \left(2x + \frac{3}{x}\right)$$

$$\Rightarrow 5x^2 = 35 \text{ Ans}$$

OR Put $x=3 \therefore 36-1 = 35 \text{ Ans}$

157 यदि $a + \frac{1}{a} = 2$

तब $a^{11} - \frac{1}{a^3} = ?$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore 1 - 1 = 0 \text{ Ans}$$

यदि $a + \frac{1}{a} = 2$
तब $a = 1$

158 $m + \frac{1}{m-2} = 4$

$$(m-2) + \frac{1}{m-2} = 4-2$$

$$(m-2) + \frac{1}{(m-2)} = 2$$

$$\therefore m-2 = 1$$

$$m = 3$$

i) $(m-2)^{10} + \frac{1}{(m-2)^{10}} = ?$

ii) $m^3 + m^2 + m - 1 = ?$

i) $1+1 = 2 \text{ Ans}$

ii) $27 + 9 + 3 - 1 = 38 \text{ Ans}$



159 $m + \frac{1}{m+2} = 0$

$$(m+2) + \frac{1}{m+2} = 0+2$$

$$\therefore m+2 = 1$$

$$m = -1$$

i) $(m+2)^{10} + \frac{1}{(m+2)^{10}} = ?$

ii) $m^3 + m^2 + m - 1 = ?$

i) $1+1 = 2 \text{ Ans}$

ii) $1+1-1-1 = -2 \text{ Ans}$

160: यदि $m + \frac{1}{m-2} = 0$ तब $m^5 + m^4 + m^3 + m^2 + m + 1 = ?$ 43

$$(m-2) + \frac{1}{m-2} = 0 - 2 = -2 \quad \Rightarrow 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$\Rightarrow 6 \text{ Ans}$

$\therefore (m-2) = -1$

$m = 1$



यदि $x + \frac{1}{x} = -2$
तब $x = -1$

componendo-dividendo (योगांतरानुपात) (c-d)

⊕ c-d तभी लगा सकते हैं जब कोई भिन्न किसी दूसरी भिन्न के बराबर दे रखी है। अकेली भिन्न में c-d नहीं लगा सकते।

⊗ $\frac{a}{b} = \frac{5}{1}$

c-d लगाने पर

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{5+1}{5-1}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{3}{2}$$

दोबारा लगाने पर

$$\frac{a+b+a-b}{a+b-a+b} = \frac{3+2}{3-1}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{1}$$

\therefore इसी बार लगाने पर वास्तविक भिन्न आ जाती है।

161 $\frac{2x-y}{x+2y} = \frac{1}{2}$

$$4x - 2y = x + 2y$$

$$3x = 4y$$

$$\frac{3x}{y} = \frac{4}{1}$$

$$\therefore \frac{3x+y}{3x-y} = \frac{4+1}{4-1}$$

$\frac{3x-y}{3x+y} = ?$

$$\therefore \frac{3x+y}{3x-y} = \frac{5}{3}$$


$$\therefore \frac{3x-y}{3x+y} = \frac{3}{5} \text{ Ans}$$



162 $a+b=1$ $c+d=1$
 $a-b = \frac{d}{c}$
 $c^2-d^2 = ?$

Soln $\frac{a+b}{a-b} = \frac{1}{d/c}$
 $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c}{d}$
 $\frac{a}{b} = \frac{c+d}{c-d}$

$\frac{a}{b} = \frac{1}{c-d}$
 $c-d = \frac{b}{a}$
 $c^2-d^2 = (c+d)(c-d)$
 $= (1)\left(\frac{b}{a}\right)$
 $= \frac{b}{a}$ Ans




163 $x = \frac{2ab}{b^2+1}$, $b > 1$ | $\frac{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}} = ?$

$\frac{x}{a} = \frac{2ab}{(b^2+1)a}$
 $\frac{x}{a} = \frac{2b}{b^2+1}$
 $\frac{a}{x} = \frac{b^2+1}{2b}$
 $\frac{a+x}{a-x} = \frac{b^2+1+2b}{b^2+1-2b}$

$\frac{a+x}{a-x} = \frac{(b+1)^2}{(b-1)^2}$
 $\Rightarrow \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a-x}} = \frac{b+1}{b-1}$
 $\Rightarrow \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = \frac{b}{1}$
 $\Rightarrow \frac{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}} = \frac{1}{b}$ Ans

164 $\frac{x^3+3x}{3x^2+1} = \frac{189}{61}$, x का मान ज्ञात करो.

$\frac{x^3+3x+3x^2+1}{x^3+3x-3x^2-1} = \frac{189+61}{189-61} \Rightarrow \frac{(x+1)^3}{(x-1)^3} = \frac{250}{128} = \frac{125}{64}$
 $\Rightarrow \frac{(x+1)^3}{(x-1)^3} = \frac{(5)^3}{(4)^3} \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} = \frac{5}{4}$
 $\Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{5+4}{5-4} \therefore x=9$ Ans



165 $(a+b) : \sqrt{ab} = 4:1, a > b \quad | \quad a:b = ?$

45

$$\frac{a+b}{\sqrt{ab}} = \frac{4}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$



$$\frac{a+b}{2\sqrt{ab}} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\frac{a+b + 2\sqrt{ab}}{a+b - 2\sqrt{ab}} = \frac{2+1}{2-1}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4+2\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{2(2-\sqrt{3})}$$

$$\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \frac{3}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \quad \text{Ans}$$

166 $x = \frac{\sqrt{m+3n} + \sqrt{m-3n}}{\sqrt{m+3n} - \sqrt{m-3n}} \quad | \quad 3nx^2 + 3n = ?$

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt{m+3n}}{\sqrt{m-3n}}$$

$$\frac{(x^2+1)+2x}{(x^2+1)-2x} = \frac{m+3n}{m-3n}$$

$$\frac{(x+1)^2}{(x-1)^2} = \frac{m+3n}{m-3n}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+1}{2x} = \frac{m}{3n}$$

$$\Rightarrow 3nx^2 + 3n = 2mx \quad \text{Ans}$$

$(2+\sqrt{3})^2 = 4 + 3 + 2 \cdot 2\sqrt{3}$
 $= 7 + 4\sqrt{3}$
 $\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ a^2+b^2 & 2ab \end{matrix}$



167 $x = 7 + 4\sqrt{3}, \sqrt{x}$ का मान ज्ञात करो

$$x = 7 + 4\sqrt{3}$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ 4 + 3 & 2 \cdot 2\sqrt{3} \\ (2)^2 & (\sqrt{3})^2 & ab \end{matrix}$$

$$\therefore x = (2+\sqrt{3})^2$$

$$\therefore \sqrt{x} = 2+\sqrt{3} \quad \text{Ans}$$

168 $x = 13 - 4\sqrt{3}$, find \sqrt{x}

$$\begin{array}{c} \wedge \\ 12+1 \\ \downarrow \\ 2 \cdot 2\sqrt{3} \\ \downarrow \\ ab \\ \wedge \\ 2\sqrt{3} \times 1 \end{array}$$

$$\therefore x = (2\sqrt{3} - 1)^2$$

$$\sqrt{x} = 2\sqrt{3} - 1 \text{ Ans}$$

169 $x = 76 + 10\sqrt{3}$, find \sqrt{x}

$$\begin{array}{c} \wedge \\ 76 + 10\sqrt{3} \\ \downarrow \\ (5\sqrt{3})^2 + (1)^2 \\ 75 + 1 \\ \downarrow \\ 2 \cdot 5\sqrt{3} \\ \downarrow \\ ab \\ \wedge \\ 5\sqrt{3} \times 1 \end{array}$$

$$x = (5\sqrt{3} + 1)^2$$

$$\sqrt{x} = (5\sqrt{3} + 1) \text{ Ans}$$



170 $x = 33 - 4\sqrt{35}$, find \sqrt{x}

$$\begin{array}{c} = 33 - 2 \cdot 2\sqrt{35} \\ \downarrow \\ a^2 + b^2 \\ 25 + 5 \\ \downarrow \\ ab \\ \wedge \\ 2\sqrt{7} \times \sqrt{5} \end{array}$$

$$x = (2\sqrt{7} - \sqrt{5})^2$$

$$\sqrt{x} = 2\sqrt{7} - \sqrt{5}$$



171 $x = 139 - 80\sqrt{3}$, find \sqrt{x}

$$\begin{array}{c} 139 - 2 \cdot 40\sqrt{3} \\ \downarrow \\ a^2 + b^2 \\ 64 + 75 \\ \downarrow \\ ab \\ \wedge \\ 8 \times 5\sqrt{3} \end{array}$$

$$x = (5\sqrt{3} - 8)^2$$

$$\sqrt{x} = 5\sqrt{3} - 8 \text{ Ans}$$

172 $x = 52 + 30\sqrt{3}$, \sqrt{x} ज्ञात करो

$$\begin{array}{c} 52 + 2 \cdot 15\sqrt{3} \\ \downarrow \\ a^2 + b^2 \\ 25 + 27 \\ \downarrow \\ ab \\ \wedge \\ 5 \times 3\sqrt{3} \end{array}$$

$$x = (3\sqrt{3} + 5)^2$$

$$\sqrt{x} = 3\sqrt{3} + 5$$



173 $x = 8 - 4\sqrt{3}$, find \sqrt{x}

$$= 8 - 2 \cdot 2\sqrt{3}$$

$$\therefore 2\sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore x = 8 - 2\sqrt{12}$$

$$x = (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{6} - \sqrt{2} \text{ Ans}$$

174 $\sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3 + 8\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}}$

47

$\Rightarrow \sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{3 + 8(2 + \sqrt{3})}}$

$\Rightarrow \sqrt{-\sqrt{3} + \sqrt{19 + 8\sqrt{3}}}$

$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ a^2 + b^2 & 2 \cdot a \cdot b \\ 16 + 3 & 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \\ & \swarrow \searrow \\ & a & b \\ & 4 & \sqrt{3} \end{matrix}$

$\sqrt{-\sqrt{3} + 4 + \sqrt{3}}$

$= 2$ Ans



175 $x = 38 + 5\sqrt{3}$, \sqrt{x} ज्ञात करो

$\Rightarrow \frac{38 \times 2 + 2 \cdot 5\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \frac{76 + 2 \cdot 5\sqrt{3}}{2}$

$x = \frac{(5\sqrt{3} + 1)^2}{2}$

$\sqrt{x} = \frac{5\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}}$ Ans

176 $x = 26 + 15\sqrt{3}$, \sqrt{x} ज्ञात करो.

$x = \frac{5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 3\sqrt{3}}{2}$

$x = \frac{(3\sqrt{3} + 5)^2}{2}$

$\therefore \sqrt{x} = \frac{3\sqrt{3} + 5}{\sqrt{2}}$ Ans

CLASS
43.

By Pardeep Choker
7206446517



177 $x = \frac{\sqrt[3]{m+1} + \sqrt[3]{m-1}}{\sqrt[3]{m+1} - \sqrt[3]{m-1}}$, $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = ?$

$\rightarrow \frac{x+1}{x-1} = \frac{\sqrt[3]{m+1}}{\sqrt[3]{m-1}}$

$\rightarrow \frac{(x+1)^3}{(x-1)^3} = \frac{m+1}{m-1}$

$\rightarrow \frac{x^3 + 3x + 1 + 3x^2}{x^3 + 3x - 1 - 3x^2} = \frac{m+1}{m-1}$

$\rightarrow \frac{(x^3 + 3x) + (1 + 3x^2)}{(x^3 + 3x) - (1 + 3x^2)} = \frac{m+1}{m-1}$

$\rightarrow \frac{x^3 + 3x}{1 + 3x^2} = \frac{m}{1}$

$\rightarrow x^3 + 3x = m + m3x^2$

$\rightarrow x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$ Ans

178 यदि $x = \frac{4ab}{a+b}$

2a से भाग देने पर

$\rightarrow \frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$

$\rightarrow \frac{x+2a}{x-2b} = \frac{2b+a+b}{2b-a-b}$

$\rightarrow \frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a}$

अब अभी को 2b से भाग देने पर

$\therefore \frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$

$\therefore \frac{x+2b}{x-2b} = -\frac{3a+b}{b-a}$

$\Rightarrow \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a}$

$\Rightarrow \frac{3b+a-3a-b}{b-a} \Rightarrow \frac{2(b-a)}{b-a}$

$\Rightarrow 2$ Ans.

$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b}$

OR इस Type के Que. का Ans. हमेशा रहेगा

यदि $2 \cdot \frac{2ab}{a+b} \quad \frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b}$

$\frac{2ab}{2a} = b$
 $\frac{2ab}{2b} = a$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{नीचे वाली terms} \\ \text{बचनी चाहिए.} \end{array} \right.$

अगर ऐसा है तो इसका Ans हमेशा 2 आयेगा.



179 if $x = \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$, $\frac{x+\sqrt{12}}{x-\sqrt{12}} + \frac{x+\sqrt{20}}{x-\sqrt{20}}$

$\Rightarrow \frac{2 \cdot 2\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{60}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{12}} = \sqrt{5}$
 $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{20}} = \sqrt{3}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{नीचे वाली दोनों terms} \end{array} \right.$

\therefore इसका Ans = 2 Ans

180 यदि $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{1+x} = ?$

$1+x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= \frac{2+\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{2 \cdot 2 + 2\sqrt{3}}{2 \cdot 2}$
 $= \frac{4+2\sqrt{3}}{4}$

$\frac{4+2\sqrt{3}}{4}$
 $\frac{a^2+b^2}{(a+b)^2} = \frac{a^2+2ab+b^2}{(a+b)^2}$
 $\frac{4+2\sqrt{3}}{4} = \frac{3+1+2\sqrt{3}}{3+1}$



$$\therefore 1+x = \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^2$$

$$\therefore \sqrt{1+x} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \quad \text{Ans.}$$



यदि $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 तब $\sqrt{1+x} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$
 $\sqrt{1-x} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$

181 यदि $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{1+x}}{1+\sqrt{1+x}} + \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{1-x}} = ?$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}+1}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}+1}{2}} + \frac{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}{1-\frac{\sqrt{3}-1}{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}+1}{3+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-1}{3-\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

182 यदि $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{1+x}{1+\sqrt{1+x}} + \frac{1-x}{1-\sqrt{1-x}} = ?$

$$\Rightarrow \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}+1}{2}} + \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1-\frac{\sqrt{3}-1}{2}} \Rightarrow \frac{6-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3+6-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$$

$$\Rightarrow \frac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{12-6}{6} \Rightarrow 1 \quad \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

183 if $x = \frac{2\sqrt{10}}{7}$, $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} = ?$

$$1+x = \frac{7+2\sqrt{10}}{7} = \left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right)^2$$

$$\sqrt{1+x} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2} + \sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2} - \sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \quad \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

184 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} = ?$



$\rightarrow \frac{\sqrt{3+1}}{2} - \frac{\sqrt{3-1}}{2}$
 $\rightarrow \frac{\sqrt{3+1} - \sqrt{3-1}}{2} \Rightarrow \frac{2}{2} = 1$ Ans

ज्यामितीय श्रेणी (J.P)

4, 8, 16, 32, 64

a1 a2 a3

$\frac{8}{4} = 2$, $\frac{16}{8} = 2$. दो terms का अनुपात समान होगा.

185 यदि कोई गेंद 360 मी० ऊंचाई से फेंकी जाए तो यह अपने पिछले बाउन्स का $\frac{2}{3}$ उछलती है, जब तक गेंद रुकती है तब तक गेंद द्वारा तय की गई कुल दूरी ज्ञात करो

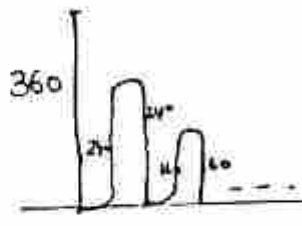
समान अनुपात (r) = $\frac{a_2}{a_1}$

$T_n = ar^{n-1}$

$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$, $r > 1$

$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{(1 - r)}$, $r < 1$

$S_\infty = \frac{a}{1 - r}$, $r < 1$



$360 + 240 = 600$ (पहला चक्कर)
 $240 + 160 = 400$ (दूसरा चक्कर)

$600 + 400 + \dots \infty$
 $S_\infty = \frac{600}{1 - \frac{2}{3}} = 1800$ मी० Ans

186 यदि कोई गेंद 500 मी० की ऊंचाई से नीचे फेंकी जाए तो यह अपने पिछले बाउन्स का $\frac{4}{5}$ उछलती है। जब तक गेंद रुकेगी तब तक गेंद द्वारा तय की गई कुल दूरी ज्ञात करो.

$$900 + 720 + \dots \infty$$

$$500 + 400 = 900$$

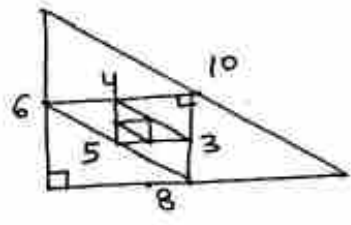
$$S_{\infty} = \frac{900}{1 - \frac{4}{5}} = 4500 \text{ मी०}$$



187] किसी त्रिभुज की भुजाएं 6, 8 व 10 सेमी. हैं। यदि इस त्रिभुज के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर एक नई त्रिभुज बनाई जाए व फिर नई त्रिभुज के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर एक त्रिभुज बनाई जाए और इस प्रकार से अनन्त त्रिभुजें बनाई गईं। इस प्रकार बनी अनन्त त्रिभुजों के क्षेत्रफल का योग ज्ञात करो

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

$$\text{दूसरी त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 6$$



$$\therefore 24 + 6 + \dots \infty$$

$$r = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

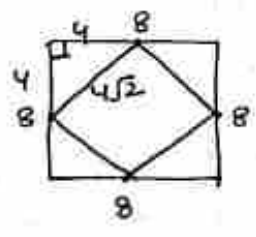
$$S_{\infty} = \frac{24}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{24 \times 4}{3} = 32 \text{ cm}^2 \text{ Ans}$$



188] एक वर्ग की भुजा 8 cm हैं। सभी भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर एक वर्ग बनाया गया। इसी प्रकार से बनने वाले अनन्त वर्गों के क्षेत्रफल का योग ज्ञात करो।

$$\text{वर्ग का क्षेत्रफल} = 8^2 = 64$$

$$\text{दूसरे वर्ग का क्षेत्रफल} = (4\sqrt{2})^2 = 32$$



$$\therefore 64 + 32 + \dots + \infty$$

$$S_{\infty} = \frac{64}{1 - \frac{1}{2}} = 128 \text{ cm}^2 \text{ Ans}$$

189] (25) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots \infty$

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

$$\therefore (25)^2 = 625 \text{ Ans}$$



4, 8, 12, 16, 20, ...

190] 3 अंकों की उन संख्याओं का योग ज्ञात करो जो 12 से विभाजित होती हैं।

$$108 + 120 + 132 + \dots + 996$$

$$n = \frac{996 - 108}{12} + 1 \Rightarrow 75$$

$$S_n = \frac{75}{2} [108 + 996]$$

$$= \frac{75}{2} \times 1104 = 41400 \text{ Ans}$$

$$\text{समान अन्तर (d)} = a_2 - a_1$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2} [1^{\text{st}} \text{ term} + \text{आखिरी term}]$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$n = \frac{\text{आखिरी term} - 1^{\text{st}} \text{ term} + 1}{d}$$

191] 100 और 300 के बीच में 4 या 6 से विभाजित होने वाली संख्याएं कितनी होंगी।

4 से विभाजित होने वाली संख्याएं

$$n_4 = \frac{296 - 104}{4} + 1 = 49$$

6 से विभाजित होने वाली संख्याएं

$$n_6 = \frac{294 - 102}{6} + 1 = 33$$

12 से विभाजित होने वाली संख्याएं

$$n_{12} = \frac{288 - 108}{12} + 1 = 16$$

$$4 \text{ या } 6 \text{ से विभाजित होने वाली} = 49 + 33 - 16 = 66 \text{ Ans}$$

CLASS
44

By Pardeep Choker
7206446517

192] किसी A.P श्रेणी के पहले 11 terms का योग उसी श्रेणी के पहले 19 terms के योग के बराबर है। उस श्रेणी के पहले 30 terms का योग ज्ञात करो।

$$S_{11} = S_{19}$$

$$\frac{11}{2} [2a + 10d] = \frac{19}{2} [2a + 18d]$$

$$22a + 110d = 38a + 18 \times 19d$$

$$2a = -29d$$

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2a + (30-1)d]$$

$$= 15 [-29d + 29d]$$

$$= 0 \text{ Ans}$$



193] 100 व 300 के बीच 4 से भाग होने वाली कितनी संख्याएं हैं।

104, 108, 296

$$n = \frac{296 - 104}{4} + 1 = 49$$

194] n संख्याओं का औसत a है। यदि पहली संख्या में 2 जोड़ा जाए, दूसरी संख्या में 4 जोड़ा जाए, तीसरी संख्या में 8 जोड़ा जाए और इसी क्रम से प्रत्येक संख्या में जोड़ा गया। नई औसत ज्ञात करो।

—, —, —, —, —, —, —, —, —, —
+2 +4 +8



$$\text{औसत} = \frac{\text{कुल जोड़}}{n} = a$$

$$\text{कुल जोड़} = na$$

$$S_n = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = 2(2^n - 1)$$

$$\text{नया औसत} = \frac{na + 2(2^n - 1)}{n} \Rightarrow a + \frac{2(2^n - 1)}{n} \text{ Ans}$$

195] $999 \frac{57}{99} \times 99$

$$[999 + \frac{57}{99}] \times 99$$

57 की जगह 99 मान लो

$$999 + 1 = 1000 \times 99 = 99000$$

और $99 - 57 = 42$ घटा दो

$$\begin{array}{r} 99000 \\ - 42 \\ \hline 98958 \text{ Ans} \end{array}$$



196] $9 \frac{9998}{9999} \times 9999$

9999 की जगह 9999 मान लो और बाह में 1 कम कर देंगे

$$\begin{array}{r} 99990 \\ - 1 \\ \hline 99989 \text{ Ans} \end{array}$$

$$\boxed{196} \quad \frac{1}{5} + 99999 \frac{44}{45} \times 9$$

इस pattern में $\frac{44}{45}$ यहाँ 1 का अंतर होगा.

$\frac{44}{45} \times 9$
 $\times 5 \rightarrow$ ये यहाँ 5 पर काट रहा है तो cancelling में $\frac{1}{5}$ होगा.

इसका Ans \rightarrow जितने 9 अन्त में हैं वो लिख लो और जितने 9 भिन्न से पहले हैं उतनी zero लिख लो.
 $\therefore 900000$ Ans.

$$\boxed{197} \quad \frac{1}{5} + 999 \frac{44}{45} \times 9 \quad \boxed{54}$$

9000 Ans

$$\boxed{198} \quad 99\frac{1}{7} + 99\frac{2}{7} + 99\frac{3}{7} + \dots + 99\frac{6}{7}$$

$$99 + \frac{1}{7} + 99 + \frac{2}{7} + 99 + \frac{3}{7} + \dots + 99 + \frac{6}{7}$$

$$99 \times 6 + \frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \dots + \frac{6}{7}$$

$$594 + \frac{1+2+3+\dots+6}{7}$$

$$594 + \frac{21}{7}$$

$$594 + 3$$

$$597 \text{ Ans}$$



$$\boxed{199} \quad 9\frac{1}{3} + 99\frac{1}{3} + 999\frac{1}{3} + \dots + 999999\frac{1}{3}$$

$$9 + \frac{1}{3} + 99 + \frac{1}{3} + 999 + \frac{1}{3} + \dots + 999999 + \frac{1}{3}$$

$$(9 + 99 + 999 + \dots + 999999) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3})$$

$$1111104 + 2 = 1111106 \text{ Ans.}$$

$$\boxed{200} \quad 4 + 44 + 444 + \dots + 100 \text{ संख्याएं}$$

$$4 [1 + 11 + 111 + \dots + 100 \text{ संख्याएं}]$$

$$4 \times \frac{4}{9} [1 + 11 + 111 + \dots + 100 \text{ terms}]$$

$$\frac{4}{9} [9 + 99 + 999 + \dots + 100 \text{ terms}]$$

$$\frac{4}{9} [10^1 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \dots + 10^{100} - 1]$$

$$\frac{4}{9} \left[\frac{10(10^{100} - 1)}{10 - 1} - 100 \right]$$

$$= \frac{4}{9} \left[\frac{10(10^{100} - 1)}{9} - 100 \right] \text{ Ans}$$



Number of zero

201

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 10$, इसमें 3 कितनी बार आयेगा.

$\frac{10}{3} = 3 \rightarrow$ जब तक भाग देना है तब तक कि 3 से छोटा ना आ जाए

$\frac{3}{3} = 1$
4 बार



202

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 1200$, इसमें 5 कितनी बार आयेगा.

$\frac{1200}{5} = 240$

$\frac{240}{5} = 48$

$\frac{48}{5} = 9$

$\frac{9}{5} = 1$
298 बार



203

$192 \times 65 \times 1250 \times 750 \times 55 \times 37 \times 39 \times 36$, इसमें 0 कितनी बार आयेगा

$2^6 \times 5^1 \times 5^4 \times 2^1 \times 5^3 \times 2^1 \times 5^1 \times 2^2$

2 \rightarrow 10 बार
 5 \rightarrow 9 बार

$\therefore 2 \times 5$ के जोड़े = 9 बार
 \therefore इसमें 9 zero आयेगी.

* $2 \times 5 = 10$
 जब 2 और 5 की गुणा होती है तब zero आता है।

204

$1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 87$

zero की संख्या = 0 (क्योंकि 2 गुणा में नहीं है)

205

$1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 87 \times 256$

5 \rightarrow 11 बार

2 \rightarrow 8 बार

(2x5) के जोड़े = 8

\therefore no. of zero = 8 Ans

5 - 1	75 - 2
15 - 1	85 - 1
25 - 2	<u>11 बार</u>
35 - 1	
45 - 1	
55 - 1	
65 - 1	

206 $5 \times 10 \times 15 \times \dots \times 45$

5 - 10 बार
2 - 7 बार

∴ zero की संख्या = 7 Ans

207 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 100$, इसमें 0 कितनी बार आयेगा.

$$\frac{100}{5} = 20$$

$$\frac{20}{5} = \frac{4}{24}$$

5 → 24 बार
∴ 0 की संख्या = 24

2, 5 से ज्यादा ही हैं, हर दूसरी कम में हैं। So. 5 को देखेंगे बस.

208 $1 \times 2 \times \dots \times 1000$

$$\frac{1000}{5} = 200$$

$$\frac{200}{5} = 40$$

$$\frac{40}{5} = 8$$

$$\frac{8}{5} = \frac{1}{249}$$

0 की संख्या = 249



209 $513 \times 514 \times \dots \times 1048$

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 512 \times 513 \times 514 \times \dots \times 1048$

$$\frac{512}{5} = 102$$

$$\frac{102}{5} = 20$$

$$\frac{20}{5} = \frac{4}{126}$$

$$\frac{1048}{5} = 209$$

$$\frac{209}{5} = 41$$

$$\frac{41}{5} = 8$$

$$\frac{8}{5} = \frac{1}{259}$$

5 की संख्या = 259 - 126 = 133

∴ 0 की संख्या = 133 Ans

210 $10 \times 20 \times 30 \times \dots \times 1000$

→ $10 \times 1 \times 10 \times 2 \times 10 \times 3 \dots \times 10 \times 100$

$$\rightarrow 10^{100} \times 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times \frac{100}{5} = 20$$

$$100 + 24 = 124$$

$$\frac{20}{5} = \frac{4}{24}$$

0 की संख्या = 124 Ans



Q11 $1^{20} \times 2^{20} \times 3^{20} \times \dots \times 38^{20}$

57

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times \frac{38}{5} = 7.1$
 $\frac{7}{5} = 1$
8 बार $\rightarrow 5$



5	— 20 बार
10	— 20
15	— 20
20	— 20
25	— 40
30	— 20
35	— 20
	<u>160</u>

$5^{20} \Rightarrow$ 20 बार 5
 0 की संख्या = 168

2 बार-2 आ रहा है so. बस 5 देखेंगे:

Q12 $1^2 \times 2^3 \times 3^4 \times 4^5 \times \dots \times 28^{29}$

5^6	— 6
10^{11}	— 11
15^{16}	— 16
20^{21}	— 21
25^{26}	— 52
	<u>106</u>

$5 \rightarrow$ 106 बार
 \therefore 0 की संख्या = 106 Ans



Q13 $a = 1^3, b = 2^4, c = 3^5, \dots, z = 26^{28}$
 $a \times b \times c \times \dots \times z$ में 0 कितनी बार आयेगा

$1^3 \times 2^4 \times 3^5 \times 4^6 \times \dots \times 26^{28}$

5^7	\rightarrow 7
10^{12}	\rightarrow 12
15^{17}	\rightarrow 17
20^{22}	\rightarrow 22
25^{27}	\rightarrow 54
	<u>112</u>

0 की संख्या = 112 Ans



214] $x(x+a)(x+2a)(x+3a)+ ?$ इसमें क्या जोड़े की यह एक

पूरा वर्ग बन जाय

✓ A) a^4 B) $2a^2$ C) $16a$ D) $9a^4$

$x=1$ & $a=1$ रखने पर

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24 + \textcircled{1}$$

\downarrow
 a^4

OR

$x=1, a=2$ रखने पर

$$1 \times 3 \times 5 \times 7 = 105 + \textcircled{16}$$

\downarrow
 a^4



215] यदि $a+b+c=0$ तब $\frac{1}{a^2+b^2-c^2} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{a^2+c^2-b^2} = ?$

$$a+b = -c$$

$$a^2+b^2+2ab = c^2$$

$$a^2+b^2-c^2 = -2ab$$

$$\therefore \frac{1}{-2ab} + \frac{1}{-2bc} + \frac{1}{-2ac} = \frac{a+b+c}{-2abc} = 0$$



OR value putting method

put $a=1, b=1, c=-2$

$$\frac{1}{-2} + \frac{1}{-2} + \frac{1}{-2}$$

$$\frac{-2+1+1}{-2} = 0$$

value रखते समय
यह ध्यान रखें कि
हर में 0 नहीं बनना
चाहिए वरना 0 बन जायेगा.

216] यदि $pq+qr+rp=0$ $\left| \frac{p^2}{p^2-qr} + \frac{q^2}{q^2-rp} + \frac{r^2}{r^2-pq} \right.$

$$\left. \begin{array}{l} pq+rp = -qr \\ pq+qr = -rp \\ qr+rp = -pq \end{array} \right\} \frac{p^2}{p^2+pq+rp} + \frac{q^2}{q^2+pq+qr} + \frac{r^2}{r^2+qr+rp}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{p}{p+q+r} + \frac{q}{p+q+r} + \frac{r}{p+q+r} \end{array} \right\}$$

$$\frac{p+q+r}{p+q+r} = 1 \text{ Ans}$$



59

OR value putting method

ऐसे ques. में +ve या -ve की दो value same रखनी हैं.

put $p=1, q=-2, r=-2$

$$\therefore \frac{1}{1-4} + \frac{4}{4+2} + \frac{4}{4+2} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{4}{3} \Rightarrow 1 \text{ Ans}$$

Q17 यदि $\frac{x-a^2}{b+c} + \frac{x-b^2}{c+a} + \frac{x-c^2}{a+b} = 4(a+b+c)$ | x का मान क्या होगा

(A) $(a+b+c)^2$ (C) $(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

(B) $(a^2+b^2+c^2)$ (D) $(ab+bc+ca)$

x option B \rightarrow Not satisfied ($\because \frac{b^2+c^2}{b+c}$ (वर्ग कमी खत्म नहीं होगा))

option A $\rightarrow \frac{(a+b+c)^2 - a^2}{b+c}$

$$\Rightarrow \frac{(a+b+c-a)(a+b+c+a)}{b+c} \Rightarrow 2a+b+c$$

वैसे ही, $(2a+b+c) + (a+2b+c) + (a+b+2c)$
 $= 4(a+b+c)$

$$\therefore x \text{ का मान} = (a+b+c)^2$$

OR a, b, c की कोई भी value रखो

माना $a=b=c=1$

$$\frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{2} = 12$$

$$x=9$$

अब ये देखो $a=b=c=1$ रखने पर कौन से option में 9 मिल रहा है।

option A $\checkmark (a+b+c)^2 = (1+1+1)^2 = 9$



Q18 यदि $x + \frac{1}{y} = 1$ और $y + \frac{1}{z} = 1$ तब $z + \frac{1}{x} = ?$ 60

$$\begin{array}{l}
 x = 1 - \frac{1}{y} \\
 x = \frac{y-1}{y} \\
 \frac{1}{x} = \frac{y}{y-1}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{1}{z} = \frac{1-y}{1} \\
 z = \frac{1}{1-y}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{1}{1-y} + \frac{y}{y-1} \\
 \Rightarrow \frac{1}{1-y} - \frac{y}{1-y} \\
 \Rightarrow \frac{1-y}{1-y} = 1 \text{ Ans}
 \end{array}$$

OR Put $x = \frac{1}{2}$, $y = 2$, $z = -1$
 $-1 + 2 = 1$ Ans

Q19 $\frac{a}{b} = \frac{4}{5}$, $\frac{b}{c} = \frac{15}{16}$ | $\frac{27c^2 - 7a^2}{36c^2 + 18a^2} = ?$

$$\begin{array}{l}
 \frac{a}{b} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}, \frac{b}{c} = \frac{15}{16} \\
 \therefore a : b : c = 12 : 15 : 16 \\
 \therefore \frac{a}{c} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \\
 \frac{a}{c} = \frac{3}{4} \therefore \frac{c}{a} = \frac{4}{3}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{27 \frac{c^2}{a^2} - 7 \frac{a^2}{a^2}}{36 \frac{c^2}{a^2} + 18 \frac{a^2}{a^2}} \\
 \frac{48 - 7}{64 + 18} = \frac{41}{82} = \frac{1}{2} \text{ Ans}
 \end{array}$$

Q20 यदि $p \cdot q \cdot r = 1$ | $\frac{1}{1+p+q^{-1}} + \frac{1}{1+r+p^{-1}} + \frac{1}{1+q+r^{-1}} = ?$

$$\begin{array}{l}
 \Rightarrow \frac{q}{q+pq+1} + \frac{1}{1+\frac{1}{pq}+\frac{1}{p}} \\
 \downarrow \\
 \frac{pq+1+q}{pq} \\
 \downarrow \\
 \Rightarrow \frac{q}{q+pq+1} + \frac{pq}{pq+1+q} + \frac{1}{1+q+pq} \\
 \Rightarrow \frac{q+pq+1}{1+q+pq} = 1 \text{ Ans}
 \end{array}$$

OR put $p=q=r=1$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1 \text{ Ans}$$

221 यदि $a+b+c=2s$ | $\frac{(sa)^2 + (sb)^2 + (sc)^2 + s^2}{a^2 + b^2 + c^2} = ?$

$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$
 $2 \quad 2 \quad 2 \quad 3$

$$\therefore \frac{12}{12} = 1 \text{ Ans}$$

222 यदि $\frac{x-a^2}{b^2+c^2} + \frac{x-b^2}{c^2+a^2} + \frac{x-c^2}{b^2+a^2} = 3$ | x का मान क्या होगा.

(A) $a^2+b^2+c^2$

(B) $(a+b+c)^2$

(C) $(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

(D) $ab+bc+ca$

put $a=b=c=1$

$$\frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{2} + \frac{x-1}{2} = 3$$

$$\frac{x-1+x-1+x-1}{2} = 3$$

$$\frac{3x-3}{2} = 3$$

$$x=3$$

option A में $a=b=c=1$ रखने पर $x=3$ आयेगा.

$$\therefore x = a^2+b^2+c^2 \text{ Ans}$$



224 यदि $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$ | $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = ?$

$$\rightarrow \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \right) (a+b+c) = 1(a+b+c)$$

$$\rightarrow \frac{a^2+a(b+c)}{b+c} + \frac{b^2+b(c+a)}{c+a} + \frac{c^2+c(a+b)}{a+b} = a+b+c$$

$$\rightarrow \frac{a^2}{b+c} + \cancel{a} + \frac{b^2}{c+a} + \cancel{b} + \frac{c^2}{a+b} + \cancel{c} = \cancel{a} + \cancel{b} + \cancel{c}$$

$$\rightarrow \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = 0 \text{ Ans}$$

OR ये method logical नहीं है But Ans. आ. जायेगा. 62

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}$$

$$\frac{a}{b+c} = \frac{1}{3}$$

$$b+c = 3a$$

$$\therefore c+a = 3b$$

$$a+b = 3c$$

$$2(a+b+c) = 3(a+b+c)$$

$$\therefore a+b+c = 0$$

$$b+c = -a$$

$$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b}$$

$$\frac{a^2}{-a} + \frac{b^2}{-b} + \frac{c^2}{-c}$$

$$-a - b - c$$

$$-(a+b+c)$$

$$= 0 \quad \underline{\text{Ans}}$$



OR जब Que. में कुछ नहीं कर पा रहे हो तो ये करें →
Que. को खोल करना है :->

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1 \quad \left| \quad \frac{b^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} = ? \right.$$

Put $a=0$

$b=1$ ($b=0$ में 0 आयेगा)

$$\therefore \frac{1}{c} + c = 1$$

$$\frac{1+c^2}{c} = 1$$

$$1+c^2 = c$$

$$\frac{1}{c} + c^2$$

$$\left(\frac{1}{c} + c \right) - 1$$

$$1-1 \Rightarrow 0 \quad \underline{\text{Ans}}$$

225 यदि $\frac{b-c}{a} + \frac{a+c}{b} + \frac{a-b}{c} = 1$ | $a-b+c \neq 0$.

(A) $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{c}$

(C) $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

(B) $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$

(D) None of these.

put $b=1, c=1$

$\therefore \frac{a+1}{1} + \frac{a-1}{1} = 1$

$a+1+a-1=1$

$a = \frac{1}{2}$

$b=1$

$c=1$

option D

Ans

$a^3=1$

226

यदि $a + \frac{1}{a} = -1$

13

तब $(1-a+a^2)(1+a-a^2) = ?$

$a^2 + a + 1 = 0$ | $-2ax - 2a^2$

$a^2 + 1 = -a$

$\rightarrow 4 \times 3$

$a+1 = -a^2$

$\rightarrow 4 \times 1 = 4$

Ans

अधिकतम व न्यूनतम मान



$ax^2 + bx + c$

$a = +ve$

न्यूनतम मान = $\frac{4ac - b^2}{4a}$

अधिकतम मान = ∞

$ax^2 + bx + c$

$a = -ve$

अधिकतम मान = $\frac{4ac - b^2}{4a}$

न्यूनतम मान = $-\infty$

227

$(x-9)(x-2)$ का न्यूनतम मान ज्ञात करो

$x^2 - 11x + 18$

न्यूनतम मान = $\frac{4 \times 1 \times 18 - 121}{4} = \frac{-49}{4}$ Ans



228

a_1, a_2, a_3, \dots किसी A.P श्रेणी की संख्याएं हैं

यदि $a_1 + a_5 + a_{10} + a_{15} + a_{20} + a_{24} = 225$ । इस श्रेणी की पहली 24 संख्याओं का योग ज्ञात करो।

$\rightarrow a + a + 4d + a + 9d + a + 14d + a + 19d + a + 23d = 225$

$\rightarrow 6a + 69d = 225$

$\rightarrow (2a + 23d) = 75$

$\therefore T_n = a + (n-1)d$

S₂₄ = $\frac{24}{2} [2a + 23d] = 12 \times 75 = 900$ Ans

⊕ 20 व 25 का म०स० व०

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 25} \text{ L} \\ \underline{20} \\ 5 \end{array}$$

HCF
(म०स० व०)



24 व 90 का म०स० व०

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 90} \text{ L} \\ \underline{72} \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 24} \text{ L} \\ \underline{18} \\ 6 \end{array}$$

HCF
(म०स० व०)

① लम्बी भाग विधि द्वारा HCF (म०स० व०) निकालते समय ऊपर से नीचे भागफल का क्रम 3, 1, 3 है और आखिरी भाजक 6 है। दोनों संख्याओं का योग ज्ञात करो।
क्रम को नीचे से ऊपर लिखना है।

$$\begin{aligned} 6 \times 3 + 0 &= 18 \\ 18 \times 1 + 6 &= 24 \\ 24 \times 3 + 18 &= 90 \end{aligned}$$

दोनों संख्याओं का योग = $24 + 90 = 114$

OR

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 90} \text{ L} \\ \underline{-72} \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 24} \text{ L} \\ \underline{18} \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 18} \text{ L} \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$24 + 90 = 114$

② लम्बी भाग विधि द्वारा म०स० व० निकालते समय ऊपर से नीचे भागफल का क्रम 9, 8, 5 है और आखिरी भाजक 16 है। दोनों संख्याओं का योग ज्ञात करो।

$$\begin{aligned} 16 \times 5 + 0 &= 80 \\ 80 \times 8 + 16 &= 656 \\ 656 \times 9 + 80 &= 5984 \end{aligned}$$

दोनों संख्याओं का योग =

$$\begin{array}{r} 5984 \\ \underline{656} \\ 6640 \end{array}$$

Ans

③ लम्बी भाग विधि द्वारा म०स० व० निकालते समय ऊपर से नीचे भागफल का क्रम 2, 2, 13 हैं और आखिरी भाजक 35 हैं। दोनों संख्याएं ज्ञात करो।

$$35 \times (13) + 0 = 455$$

$$455 \times (2) + 35 = 945 \text{ --- 1st संख्या}$$

$$945 \times (2) + 455 = 2345 \text{ --- 2nd संख्या}$$



④ 72 व 90 का म०स० व० (HCF) ज्ञात करो

2	72	2	90
2	36	3	45
2	18	3	15
3	9	5	5
3	3		1
	1		

$$HCF = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

जो गुणनखण्ड दोनों में हैं।

OR

$$\begin{matrix} 72 & 90 \\ \hline \text{अन्तर} = 18 \end{matrix} \text{ Ans.}$$

HCF या तो अन्तर होगा या अन्तर का गु०खण्ड.

⑤ 48, 90, 120 का म०स० व० ज्ञात करो
वे जो संख्या लो जिनके बीच का अन्तर सबसे कम हो।

HCF या तो अन्तर होगा या अन्तर का कोई गु०खण्ड.

$$\begin{matrix} 48 & 90 & 120 \\ \hline & 30 & \end{matrix}$$

$$30 = 2 \times 15$$

$$30 = 3 \times 10$$

$$5 \times (6) \rightarrow HCF$$

⑥ 216, 423, 1215, 1422, 2169, 2223 का म०स० व० ज्ञात करो.

$$\begin{matrix} 423 \\ 27 \\ \hline 27 \times \end{matrix} \text{ (भाग नहीं हो रहा)}$$

$$\begin{matrix} \text{अन्तर} = 54 \\ 1 \times 54 \\ 2 \times 27 \\ 3 \times 18 \\ 6 \times (9) \end{matrix} \rightarrow HCF$$

$$HCF = 9 \text{ Ans}$$



7] तीन अमान्य संख्याएं हैं। पहली दो संख्याओं का गुणनफल 1891 व आखिरी दो का गुणनफल 7991 है। तीनों संख्याएं ज्ञात करो :

$$\begin{aligned} I \times II &= 1891 \\ II \times III &= 7991 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} I \times II &= 1891 \\ II \times III &= 7991 \end{aligned}} \right] \text{HCF} = II$$



$$\begin{array}{r} 1891 \quad 7991 \\ \hline 6100 \end{array}$$

$$6100 = 61 \times 100$$

HCF

100 या 100 से ज्यादा से इनमें से कोई भाग नहीं होगा.

∴ HCF = 61

∴ 2nd संख्या = 61

1st संख्या = $\frac{1891}{61} = 31$

3rd संख्या = $\frac{7991}{61} = 131$

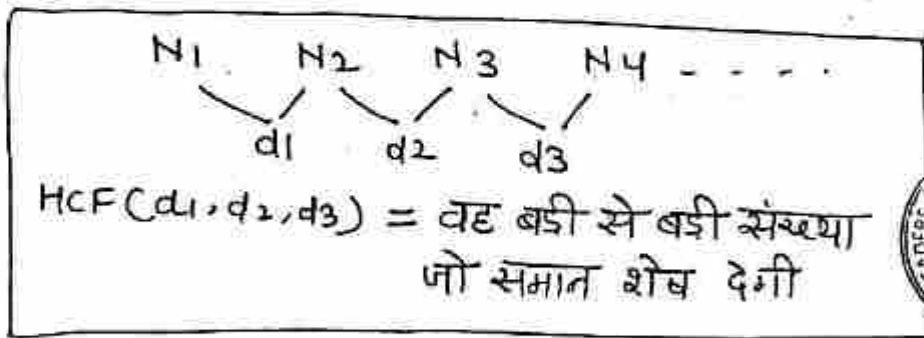
8] दू अंकों की बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करो जिस से 311 व 396 को भाग देने पर समान शेषफल बचे।

$$\begin{array}{r} 311 \quad 396 \\ \hline 185 \end{array} \quad \text{वो संख्या } 185 \text{ या } 185 \text{ के गुणखण्ड में से होगी}$$

$$185 = 5 \times 37$$

Ans = 37

9] वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करो जिस से 410, 751 व 1030 को भाग देने पर समान शेषफल बचे।



$$\begin{array}{r} 410 \quad 751 \quad 1030 \\ \hline 341 \quad 279 \end{array}$$

341 व 279 का HCF



वह संख्या 31 होगी

2x 31 HCF

10 एक किसान के पास 945 गाय व 2475 भैंसे हैं। वह उनको न्यूनतम समूहों में इस प्रकार खाना चाहता है कि प्रत्येक समूह में एक ही प्रकार का जानवर हो व प्रत्येक समूह में जानवरों की संख्या समान हो। समूहों की संख्या क्या होगी ?

म०स० व० (945, 2475)



$$\left. \begin{array}{l} \frac{945}{45} = 21 \\ \frac{2475}{45} = 55 \end{array} \right\} \Rightarrow 76 \text{ समूह}$$



OR

5	945	5	2475
3	189	5	495
3	63	3	99
3	21	3	33
7		11	

HCF = 5x3x3 = 45
 HCF के बाद जो बच गया वे समूह हैं.
 $7 \times 3 + 5 \times 11 = 76 \text{ Ans}$

11 किसी माली के पास 44 सेब के, 66 केले के और 110 आम के पेड़ हैं। वह उनको पंक्तियों में इस प्रकार लगाना चाहता है कि प्रत्येक पंक्ति में एक ही प्रकार का पेड़ हो व सभी पंक्तियों में पेड़ों की संख्या समान हो। न्यूनतम पंक्तियां बता करो।

A	B	M	
44	66	110	HCF = 22

$$\frac{44}{22} = 2 \quad \frac{66}{22} = 3 \quad \frac{110}{22} = 5$$

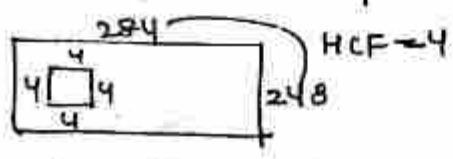
$$2 + 3 + 5 = 10 \text{ पंक्तियाँ Ans}$$



12] तीन खेतों का क्षेत्रफल 288cm^2 , 408cm^2 , 552cm^2 हैं। खेत में न्यूनतम साइज के समान गढ़दे खोदे गए। यदि आयताकार गढ़दे की चौड़ाई 4cm है तो इसकी लं० ज्ञात करो।

$(288, 408, 552)$ का म०स०व० = 24 $\left\{ \begin{array}{l} 4 \rightarrow \text{चौ०} \\ 6 \rightarrow \text{लं०} \end{array} \right.$

13] किसी आयताकार खेत का आकार $284\text{m} \times 248\text{m}$ है। इस खेत में लगाने वाली कम से कम वर्गाकार टाइलों की संख्या ज्ञात करो।



टाइलों की संख्या = $\frac{284 \times 248}{4 \times 4} = 4402$ टाइल

भिन्न का LCM (ल०स०व०) = $\frac{\text{अंश का LCM}}{\text{हर का LCM}}$
भिन्न का म०स०व० (HCF) = $\frac{\text{अंश का HCF}}{\text{हर का HCF}}$

CLASS
47

By Pardeep Chhoker
7206446517

14] दो संख्याओं का अनुपात $3:4$ है और उनका LCM 60 है। उनका म०स०व० (HCF) ज्ञात करो

HCF = x
 $3 : 4$
 $3x \quad 4x$
 $x \times 3 \times 4 = 60$
 $x = 5$
संख्याएं = $5 \times 3, 5 \times 4$
= $15, 20$



15] दो संख्याओं का योग 36 व उनका HCF 4 है, जोड़ों की संख्या ज्ञात करो। 69.

$$HCF = 4$$

$$x : y$$

$$4x + 4y = 36$$

$$x + y = 9$$

$$(1, 8)$$

$$(2, 7)$$

$$(4, 5)$$

3 जोड़ें बन सकते हैं।



16] 4 संख्याओं का ल०स०व० 117 व प्रत्येक जोड़े का LCM 3 है। सभी संख्याओं का गुणनफल ज्ञात करो:

$$HCF = 3$$

$$Nos = 3a, 3b, 3c, 3d$$

$$LCM = 3abcd = 117$$

$$\therefore abcd = 39$$

$$\therefore abcd = 81 \times 39 = 3159$$

$$(\because 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81)$$

N संख्याओं का गुणनफल =

$$(HCF)^{n-1} \times LCM$$

$$\text{OR } (3)^3 \times 117$$

$$= 27 \times 117 = 3159$$



17] किसी दो क्रमागत सम संख्याओं का ल०स०व० और म०स०व० क्रमशः 84 व 2 है। इन संख्याओं के व्युत्क्रमों का योग ज्ञात करो

$$HCF = 2$$

$$\text{संख्याएँ} = 2a, 2b$$

$$LCM = 2ab$$

$$2ab = 84$$

$$ab = 42$$

$$42 = 6 \times 7$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ a & b \end{matrix}$$

$$\text{संख्याएँ} = 12, 14$$

$$\text{व्युत्क्रमों का योग} = \frac{1}{12} + \frac{1}{14}$$

$$= \frac{13}{84}$$



18] दो संख्याओं का योग व ल०स०व० 156 व 504 है। दोनों संख्याएँ ज्ञात करो।

$$\text{योग} = 156 \quad \text{LCM} = 504$$

$$HCF = 12$$

दो संख्याओं के योग व उनके LCM का HCF उन दोनों संख्याओं का भी HCF होता है।

∴ 12 उन दोनों संख्याओं का भी म.सं.व. होगा

$$\begin{aligned} \text{HCF} &= 12 \\ \text{संख्याएँ} &= 12a, 12b \\ 12a + 12b &= 156 \\ a + b &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{LCM} &= 12xy = 504 \\ ab &= 42 \\ \therefore a &= 6 \\ b &= 7 \end{aligned}$$



19] दो संख्याओं का योग व उनका LCM 132 व 360 हैं। संख्याएँ ज्ञात करो

$$\begin{array}{r|l} 2 & 132 \\ \hline 2 & 66 \\ 3 & 33 \\ \hline & 11 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 360 \\ \hline 2 & 180 \\ 2 & 90 \\ 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ & 5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{HCF} &= 2 \times 2 \times 3 = 12 \\ \text{दोनों संख्याओं का} \\ \text{HCF} &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{माना संख्याएँ} &= 12a, 12b \\ \therefore 12a + 12b &= 132 \\ \boxed{a + b} &= 11 \\ \text{LCM} &= 12ab = 360 \\ \boxed{ab} &= 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore a &= 5 \\ b &= 6 \end{aligned} \quad \text{Ans}$$

20] दो संख्याओं का म.सं.व. 11 व ल.सं.व. 693 हैं। यदि एक संख्या 77 है तो दूसरी संख्या ज्ञात करो।

$$\begin{aligned} \text{HCF} &= 11 \\ \text{LCM} &= 693 \\ 693 \times \text{I} &= 77 \times \text{II} \\ \text{II} &= 99 \quad \text{Ans} \end{aligned}$$



$$\boxed{\text{LCM} \times \text{HCF} = \text{I} \times \text{II}}$$

21] दो संख्याओं का LCM उनके HCF का 12 गुना है। HCF व LCM का योग 403 है। यदि दोनों संख्याएँ LCM से छोटी हैं तो संख्याएँ ज्ञात करो ?

$$\begin{aligned} \text{HCF} &= H \\ \text{LCM} &= 12H \\ \text{LCM} + \text{HCF} &= 403 \\ 12H + H &= 403 \\ H &= \frac{403}{13} = 31 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{HCF} &= 31 \\ \text{LCM} &= 31 \times 12 = 372 \\ \text{संख्याएँ} &= 31x, 31y \\ \text{LCM} &= 31xy = 372 \\ \therefore \boxed{xy} &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1, 12) &\rightarrow (31 \times 1, 31 \times 12) \times \\ (3, 4) &\rightarrow (31 \times 3, 31 \times 4) \checkmark \\ (9, 12) &\text{ Ans} \end{aligned}$$

22] दो संख्याओं के HCF व LCM का योग व अन्तर क्रमशः 592 और 518 हैं। यदि दोनों संख्याओं का योग 296 है तो संख्याएं ज्ञात करो।

$$L + H = 592$$

$$L - H = 518$$

$$L = 555$$

$$H = 37$$

$$\text{संख्याएं} = 37x, 37y$$

$$\text{LCM} = 37xy = 555$$

$$\therefore xy = 15$$

$$37x + 37y = 296$$

$$x + y = 8$$

$$\therefore x = 5, y = 3$$

$$\text{संख्याएं} = 37 \times 5 = 185$$

$$37 \times 3 = 111 \quad \underline{\text{Ans}}$$



23] वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसको 5, 6, 8 व 9 से भाग देने पर शेषफल 3 बचता है।

$$5, 6, 8, 9$$

$$\text{LCM} = 360$$

$$\text{वह छोटी से छोटी संख्या} = 360 + 3 = 363 \quad \underline{\text{Ans}}$$



24] यदि एक किमान किसी बक्से में 5 या 6 संतरे भरे तो उसके पास 3 संतरे बचते हैं। परन्तु यदि वह प्रत्येक बक्से में 8 या 9 संतरे भरे तो उसके पास 3 संतरे बचते हैं। कुल संतरों की संख्या ज्ञात करो।

$$5, 6, 8, 9$$

$$\text{LCM} = 360$$

$$\therefore \text{संतरे} = 360 + 3 = 363 \quad \underline{\text{Ans}}$$

25] वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसे 20, 25, 35 व 40 से भाग देने पर 14, 19, 29 व 34 शेषफल बचे ?

20	25	35	40
- 14	19	29	34
-----	-----	-----	-----
6	6	6	6

$$\text{LCM} = 1400$$

1400
- 6

1394

$$\underline{\text{Ans}}$$

Q6] वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जो 9 से भाग होती है तथा 5, 6, 7, 8 से भाग देने पर हर बार 3 शेष आता है।

<p>5, 6, 7, 8 LCM = 840 + 3 ----- 843 ↓ पर ये 9 से भाग नहीं होती।</p>	<p>माना वह संख्या $840K + 3$ $837K + 3K + 3$ ↓ ↓ यह 9 से भाग हो जाती है K के किस मान के लिए यह 9 से भाग होगी</p>	<p>$K=2$ रखने पर $(3K+3)$ 9 से भाग हो जाएगा ∴ संख्या = $840 \times 2 + 3$ $= 1683$ Ans</p>
---	--	--

Q7] वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जो 7 से भाग होती है तथा 3, 4, 5, 6 से भाग देने पर क्रमशः 2, 3, 4 व 5 शेषफल बचता है।

<p>3, 4, 5, 6 - 2 3 4 5 - - - - - 1 1 1 1</p>	<p>LCM = 60 माना संख्या = $60K - 1$ $56K + 4K - 1$ ↓ ↓ 7 से भाग हो जाएगी K=2 रखने पर 7 से भाग होगी</p>	
---	--	--

∴ वह संख्या = $60 \times 2 - 1 = 119$ Ans.

Q8] 13 का सबसे छोटा गुणांक ज्ञात करो जिसको 3, 4, 5 व 6 से भाग देने पर क्रमशः 1, 2, 3 व 4 शेष बचता है।

<p>3 4 5 6 - 1 2 3 4 - - - - - 2 2 2 2</p>	<p>LCM = 60 माना संख्या = $60K - 2$ $52K + 8K - 2$ ↓ ↓ 13 से भाग होगी K=10 के लिए 13 से भाग होगी</p>
---	--

∴ $60 \times 10 - 2 = 598$ Ans.

Q9] 6 अंकों की छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसको 3, 4, 5 व 6 से भाग देने पर 2 शेषफल बचता है।

3, 4, 5, 6 LCM = 60.

$$\begin{array}{r}
 60 \overline{) 100000} \text{ } 666 \\
 \underline{60} \\
 400 \\
 \underline{360} \\
 400 \\
 \underline{360} \\
 400 \\
 \underline{360} \\
 40
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 100000 \\
 + 20 \\
 \hline
 100020 \\
 + 2 \\
 \hline
 100022 \text{ Ans}
 \end{array}$$



30] 6 अंकों की वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात करो जिसे 3, 4, 5, 6 व 8 से भाग देने पर क्रमशः 1, 2, 3, 4 व 6 शेष बचता है।

$$\begin{array}{r}
 3, 4, 5, 6, 8 \\
 \hline
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 6 \\
 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{LCM} = 120 \\
 999999 \\
 - 39 \\
 \hline
 999960 \\
 - 2 \\
 \hline
 999958 \text{ Ans}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 120 \overline{) 999999} \\
 \underline{1} \\
 39
 \end{array}$$

31] वह छोटी से छोटी पूर्ण वर्ग संख्या ज्ञात करो जिसे 4, 5, 6 से भाग देने पर 0 शेष बचता है।

$$4, 5, 6 \quad \text{LCM} = 60$$

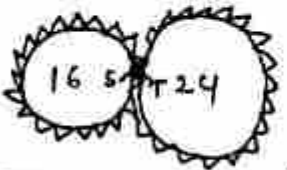
$$2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5$$

जोड़ा बनाने के लिए 5 व 3 से गुणा किया

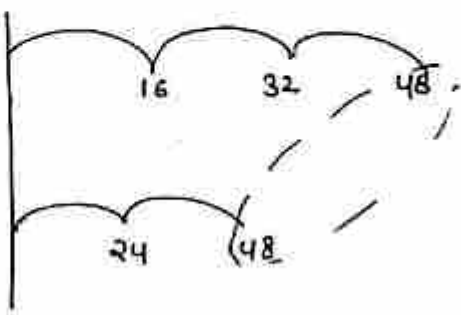
$$\therefore 60 \times 3 \times 5 = 900 \text{ Ans}$$



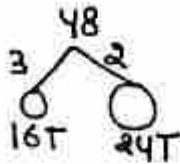
32] दो दांतेदार पहियों में 16 और 24 दांत हैं। बड़ा पहिया एक घंटे में 5 चक्कर लगाता है। ज्ञात करो कि 11 घंटे में बड़े पहिये का कोई निश्चित दांत छोटे पहिये के निश्चित दांत से कितनी बार मिलेगा।



एक बार stopping में दोनों दांत मिले हैं।



ल०स० व० (16, 24) = 48



बड़ा पहिया जब 2 चक्कर काटेगा तो वह छोटे पहिये के किसी निश्चित पंक्त से एक बार मिलेगा.

74
बड़ा पहिया 11 घण्टे में 55 चक्कर लगाएगा

बड़ा पहिया 2 चक्कर — 1 बार मिलता है

$\downarrow \times 27$

54 चक्कर

$\frac{27}{+1} \rightarrow$ शुरू में
28 बार मिलेंगे

$\downarrow \times 27$

27 बार मिलेगा

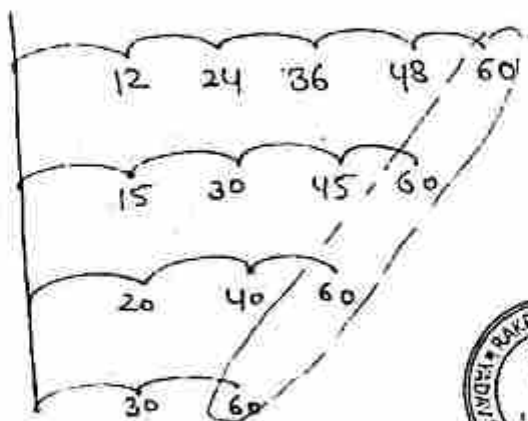
33] 3 धावक A, B, C 12 km के वृताकार रास्ते पर क्रमशः 3 किमी/घण्टा, 7 किमी/घण्टा व 13 किमी/घण्टा की चाल से दौड़ लगाते हैं। वे एक जगह से एक ही समय पर किसी एक निश्चित जगह के लिए दौड़ना शुरू करते हैं। वे दोबारा कितने समय बाद मिलेंगे।

	A	B	C
दूरी	12 km	12 km	12 km
समय	$\frac{12}{3}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{12}{13}$



ल०स० व० = $\frac{LCM(12, 12, 12)}{LCM(3, 7, 13)} = \frac{12}{1} = 12$ घण्टे बाद मिलेंगे।

34] 4 घण्टियाँ क्रमशः 12, 15, 20 व 30 सेकण्ड के अन्तराल पर बजती हैं। वे 6 घण्टे में कितनी बार एक साथ बजेगी? पहली बार एक साथ बजेगी



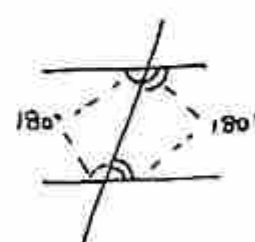
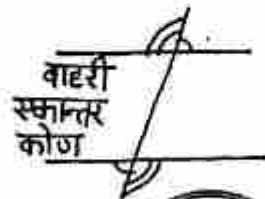
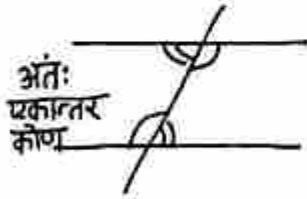
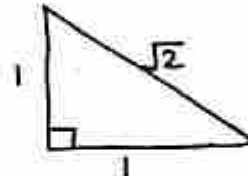
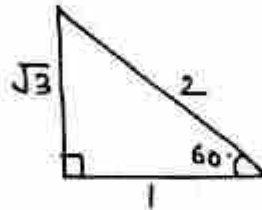
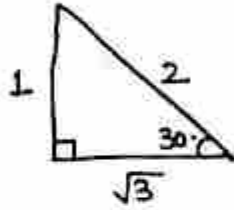
12, 15, 20 व 30 का LCM = 60

$\therefore \frac{6 \times 3600}{60} = 360$
 $+ 1$

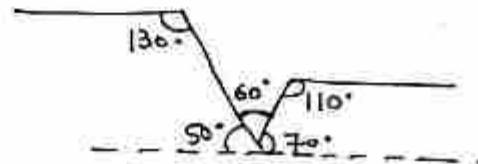
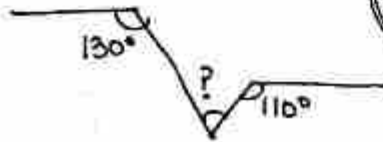
361 बार सिध



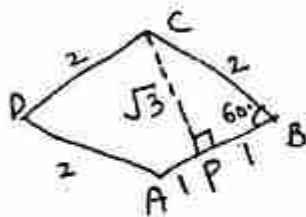
⊕



①



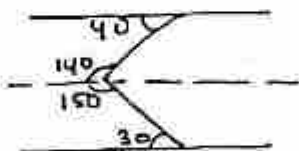
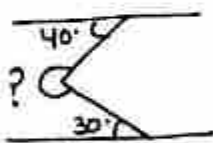
② A, B, C, D किसी समचतुर्भुज के शीर्ष हैं और P, Q, R, S क्रमशः AB, BC, CD और DA के मध्य बिन्दु हैं। CP ⊥ AB हैं। समचतुर्भुज का सबसे बड़ा कोण ज्ञात करो।



$$\angle DAB = 180 - 60 = 120^\circ$$



③



$$140 + 150 = 290$$

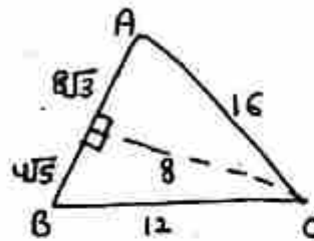
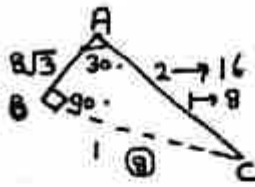
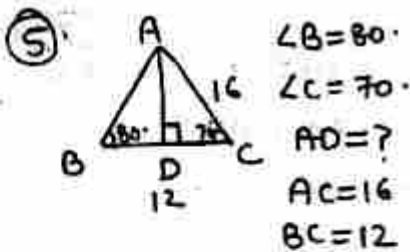
④



$$x + y + z = ?$$

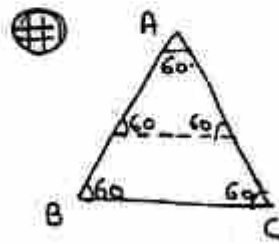
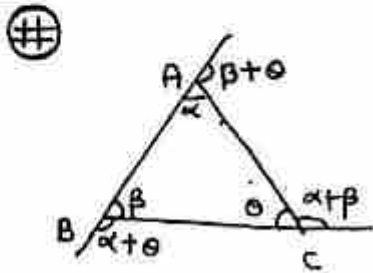
$$180 - x + 180 - y = z$$

$$x + y + z = 360 \quad \text{Ans}$$

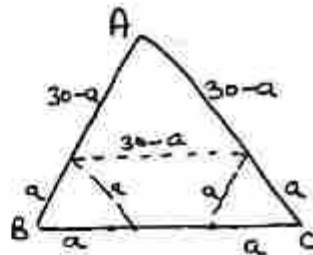


ΔABC का क्षेत्र $\Rightarrow \frac{1}{2} (8\sqrt{3} + 4\sqrt{5}) \times 8 = \frac{1}{2} \times 12 \times AD$

$\therefore AD = \frac{2}{3} (8\sqrt{3} + 4\sqrt{5})$ Ans.

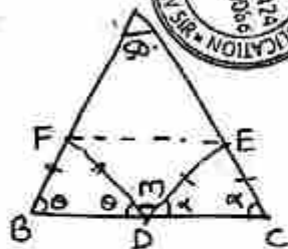


6 DE || BC
 EF || AB
 DG || AC
 AB = 30
 $GD + DE + EF = 42$
 $GF = ?$
 $AB = BC = CA$



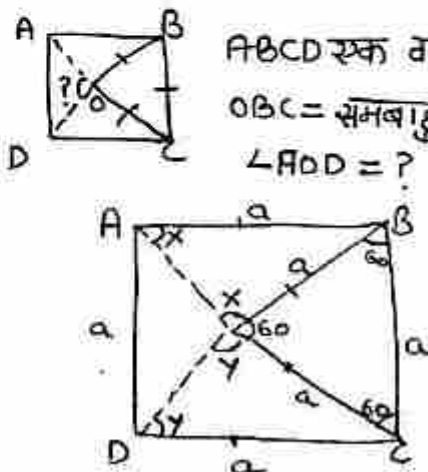
$a + 30 - a + a = 42$
 $a = 12$
 $\therefore GF = 30 - 12 - 12 = 6 \text{ cm.}$ Ans.

7 BF = FD
 ED = EC
 $\angle FDE = ?$
 $\angle A = 50^\circ$



$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $50 + \theta + \alpha = 180$
 $\theta + \alpha = 130$
 $\therefore \theta + \alpha + m = 180$
 $130 + m = 180$
 $\therefore m = 50$

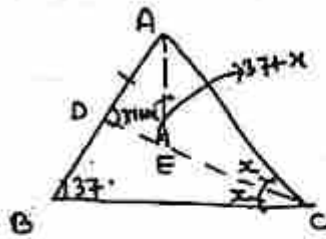
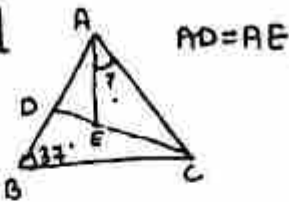
8 ABCD एक वर्ग है।
 OBC = समबाहु त्रिभुज
 $\angle AOD = ?$



ΔABO
 $x + x + 30 = 180$
 $x = 75$
 ΔCDO
 $y = 75$

$75 + 75 + 60 + \angle AOD = 360$
 $\therefore \angle AOD = 150^\circ$ Ans.

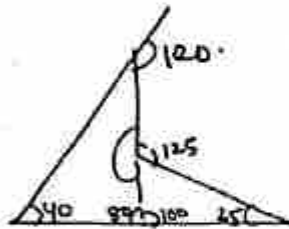
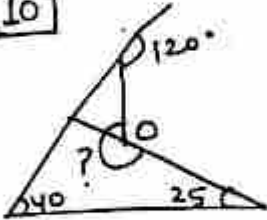
9



$\angle ADE = 37+x$
 $\angle AEO = 37+x$ } $\triangle ACE$ के बाह्य कोण
 $\therefore \angle EAC = 37^\circ$



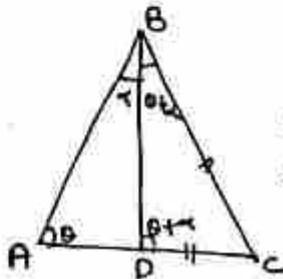
10



$360 - 125 = 235^\circ$ Ans

11

$BC = CD$
 $\angle ABC - \angle BAD = 30^\circ$
 $\angle ABD = ?$

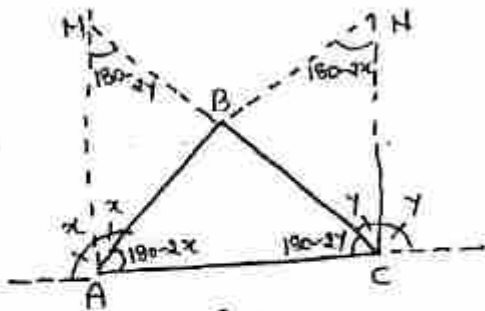


$\angle B = \alpha, \angle A = \theta$
 $\angle BDC = \theta + \alpha$
 $\angle DBC = \theta + \alpha$
 $\angle ABC - \angle BAD = 30^\circ$

$2\alpha + \theta - \theta = 30^\circ$

$\alpha = 15^\circ$ Ans

12 किसी अधिक कोण त्रिभुज ABC में $\angle A$ का बाह्य कोण द्विभाजक CB के बड़े हुए भाग को M पर तथा $\angle C$ का बाह्य कोण द्विभाजक AB के बड़े हुए भाग को N पर काटता है। $MA = AC = CN$. $\angle B = ?$



$\triangle MAC$ में

$180 - 2y + 180 - 2y + x + 180 - 2x = 180^\circ$

$x + 4y = 360^\circ$ — (i)

$\triangle NAC$

$180 - 2x + 180 - 2x + 180 - 2y + y = 180^\circ$

$4x + y = 360^\circ$

$\triangle ABC$

$\angle B + 180 - 2x + 180 - 2y = 180^\circ$

$B = 2(x + y) - 180^\circ$

$B = 288 - 180 = 108$

$B = 108$

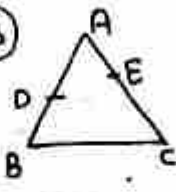
$x + 4y = 360$

$4x + y = 360$

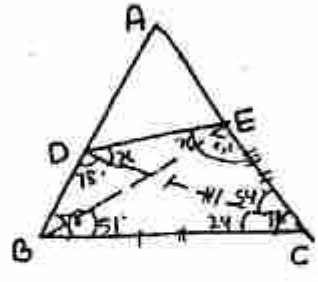
$5(x + y) = 720$

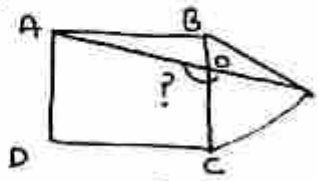
$x + y = 144^\circ$

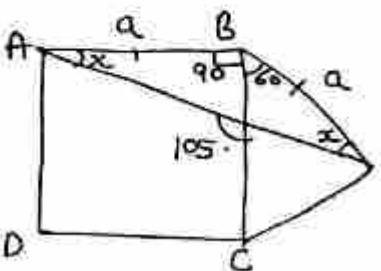


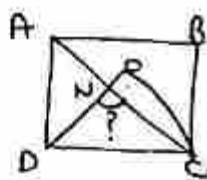
(13)  $\angle B = \angle C = 78^\circ$
 $\angle BCD = 24^\circ$
 $\angle EBC = 51^\circ$
 $\angle DEB = ?$

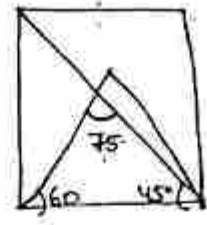


 $DC = BC$
 $BC = EC$
 $\therefore DC = BC = EC$
 $\triangle CDE$ में
 $x + x + 51 = 180$
 $x = 63^\circ$
 $\therefore \angle DEB = 63 - 51 = 12^\circ$ Ans

(14)  $ABCD = \text{वर्ग}$
 $BCN = \text{समबाहु त्रिभुज}$
 $\angle AOC = ?$

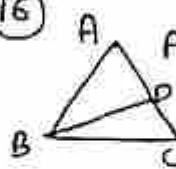
 $x + x + 50 = 180$
 $x = 15^\circ$
 $\angle AOC = 90 + 15 = 105^\circ$
 ($\triangle ABO$ का बाह्य कोण)

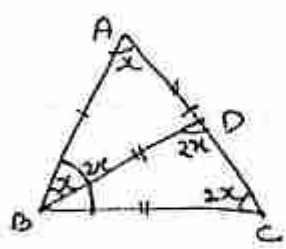
(15)  $ABCD = \text{वर्ग}$
 $AC = \text{विकर्ण}$
 $COB = \text{समबाहु } \triangle$
 $\angle DNC = ?$



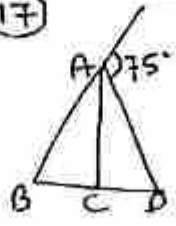
वर्ग का विकर्ण कोण
द्विभाजक होता है

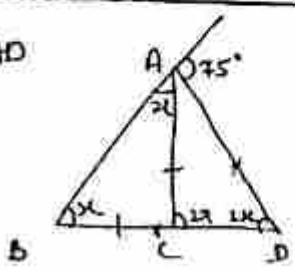


(16)  $AD = DB = BC$
 $AB = AC$
 $\angle B = ?$

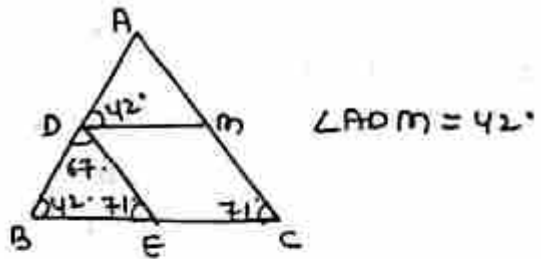
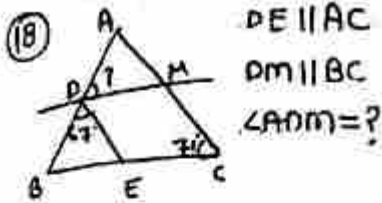


$\triangle ABC$
 $2x + 2x + x = 180^\circ$
 $x = 36^\circ$
 $\angle B = 72^\circ$

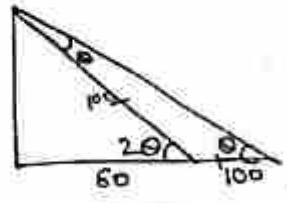
(17)  $AC = BC = AD$
 $\angle D = ?$



$2x + x = 75^\circ$
 $x = 25^\circ$
 $\angle D = 2 \times 25 = 50^\circ$



(19) आधार पर स्थित किसी बिन्दु से 160 मी० दूरी पर उन्नयन कोण 30° है। 100 मी० खम्भे की तरफ चलने पर उन्नयन कोण दोगुना हो जाता है। खम्भे की ऊंचाई ज्ञात करो \Rightarrow

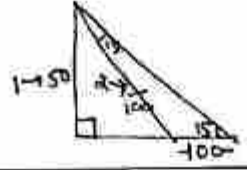


$$H = \sqrt{100^2 - 60^2}$$

$$= \sqrt{6400} = 80 \text{ मी०}$$

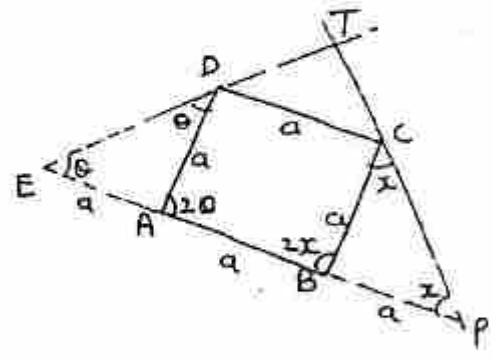


(20) किसी खम्भे की चौटी और आधार पर स्थित किसी बिन्दु का उन्नयन कोण 15° है। खम्भे की तरफ 100 मी० चलने पर उन्नयन कोण दोगुना हो जाता है। खम्भे की ऊंचाई ज्ञात करो.



खम्भे की ऊंचाई = 80 मी० Ans.

(21) A, B, C, D किसी समचतुर्भुज के शीर्ष हैं। भुजा AB और BA को बिन्दु P और E तक बढ़ाया गया। ED और PC का बड़ा हुआ भाग T पर मिलता है। $EA = AB = BP$. $\angle T = ?$



$$2\theta + 2x = 180^\circ$$

$$\theta + x = 90^\circ$$

$\triangle TEP$

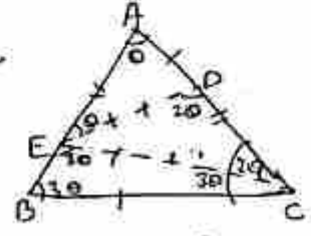
$$\angle T + \theta + x = 180^\circ$$

$$\angle T = 180 - 90$$

$\angle T = 90^\circ$



(22) $AD = DE = EC = BC$
 $AB = AC$
 $\angle A = ?$



$\triangle ABC$

$$3\theta + 3\theta + \theta = 180^\circ$$

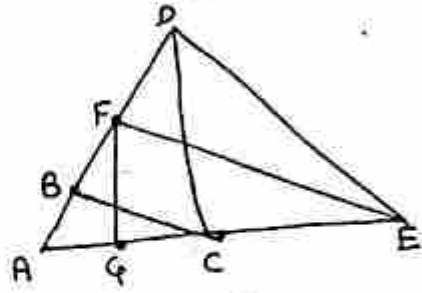
$$\theta = \frac{180^\circ}{7}$$

Ans

IMP. Triplets:

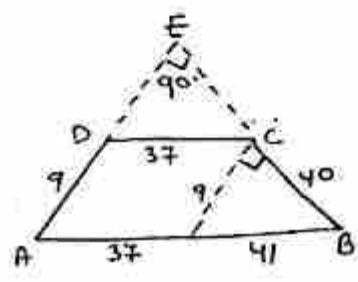
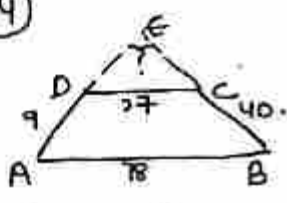
3, 4, 5	18, 20, 30	9, 40, 41
6, 8, 10	5, 12, 13	8, 12, 15
9, 12, 15	10, 24, 26	
12, 16, 20	15, 36, 39	
15, 20, 25	7, 24, 25	

23) $AB = BC = CD = DE = EF = FG = GA$
 $\angle CDE = ?$



अगर आकृति ऐसे 219-209 बन रही हैं तो ये देखो कितनी भुजाएं समान दे रखी हैं। यहाँ 7 भुजाएं समान दे रखी हैं
 $\therefore \angle CDE = \frac{180^\circ}{7}$ Ans.

24) $\angle DEC = ?$



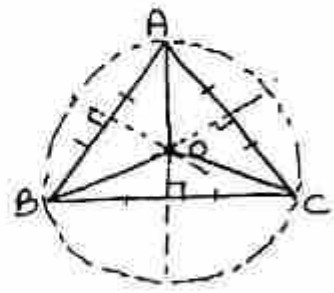
$\angle BCF = 90^\circ$
 $AD \parallel FC$
 BE तीर्थक रेखा
 $\therefore \angle DEC = \angle BCF$
 $\therefore \angle DEC = 90^\circ$

केंद्र



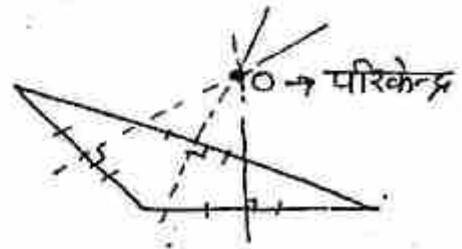
1) परिकेन्द्र

जहाँ पर सभी भुजाओं के लम्ब द्विभाजक मिलते हैं।

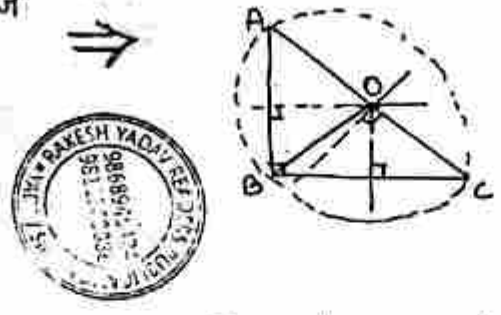


हम लम्ब द्विभाजक की लम्बाई नहीं निकाल सकते :
 $OA = OB = OC = R$ (परित्रिज्या)

अधिक कोण त्रिभुज में परिकेन्द्र \Rightarrow



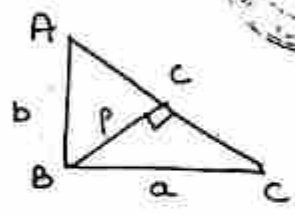
समकोण त्रिभुज में परिकेन्द्र



$OA = OB = OC = R$ (परिकेन्द्र)

O, AC का मध्य बिन्दु है

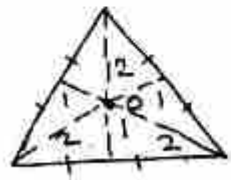
#



$$P = \frac{ab}{c} \quad \frac{1}{P^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2}$$

$$\frac{1}{P^2} = \frac{c^2}{a^2 b^2} \quad \frac{1}{P^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2}$$

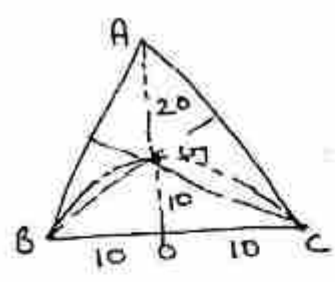
2. केन्द्रक



- जहाँ 3 माध्यिकाएं मिलती हैं
- माध्यिका भुजा को 2 समान भागों में बांटी हैं
- शीर्ष : आधार = 2 : 1

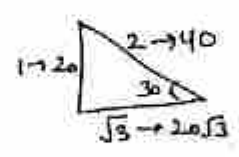
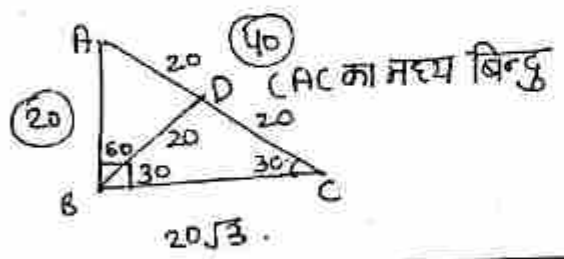


25. $\triangle ABC$ में O केन्द्रक है, $AB = BC$, $\angle BOC = ?$



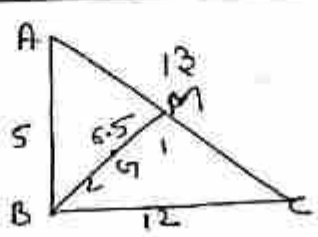
$O \rightarrow$ O को केन्द्र मानकर एक अर्धवृत्त बनाओ
 $\angle BOC = 90^\circ$ (अर्धवृत्त में बना कोण)

26. एक समकोण त्रिभुज का क्षेत्र ज्ञात करो जिसमें 20 cm की एक माध्यिका समकोण को 2:1 के अनुपात में बांटी है।



क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 20\sqrt{3} \times 20$
 $= 200\sqrt{3}$ Ans

27. $\triangle ABC$ में O केन्द्रक है
 $AB = 5$, $BC = 12$
 $CA = 13$, $BO = ?$

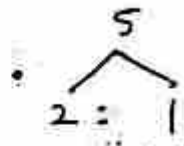
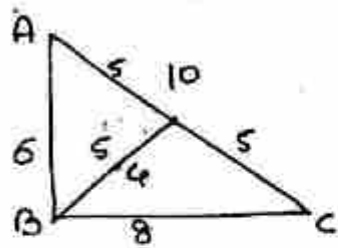


$AM = MC = BM = 6.5$

$BO = \frac{6.5}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{13}{6}$ Ans

28) ΔABC में G केंद्रक है

$AB = 6$
 $BC = 8$
 $CA = 10$
 $BG = ?$

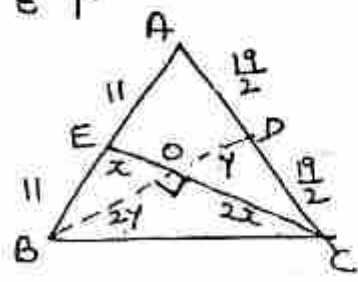


$BG = 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$ Ans



29) ΔABC में BD और CE दो माध्यिकाएं हैं जो एक दूसरे को 90° पर काटती हैं।

$AB = 22$
 $AC = 19$
 $BC = ?$



$4x^2 + y^2 = \frac{361}{4}$ (ΔCOD)

$x^2 + 4y^2 = 121$ (ΔBOE)

$5(x^2 + y^2) = \frac{345}{4}$

$x^2 + y^2 = \frac{169}{4}$

$\therefore 4x^2 + 4y^2 = 169$

Now in ΔBOC ,

$BC^2 = (2x)^2 + (2y)^2$

$BC^2 = 4x^2 + 4y^2$

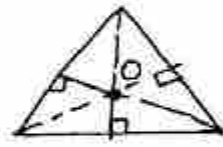
$\therefore BC^2 = 169$

$BC = 13$ Ans

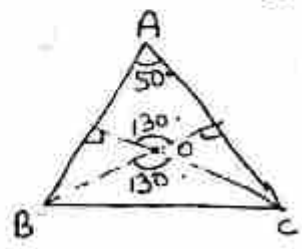
OR $BC = \sqrt{\frac{AB^2 + AC^2}{5}}$



3. लम्बकेंद्र जहाँ पर तीनों लम्ब मिलते हैं।

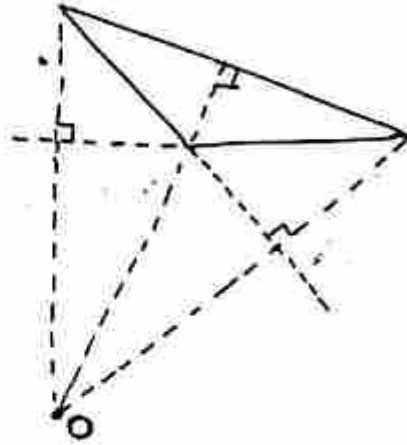


30) ΔABC में O लम्बकेंद्र है, $\angle A = 50^\circ$, $\angle BOC = ?$

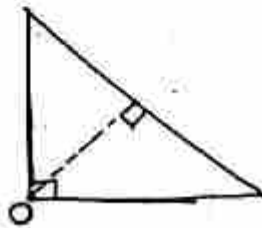


$\angle BOC = 130^\circ$

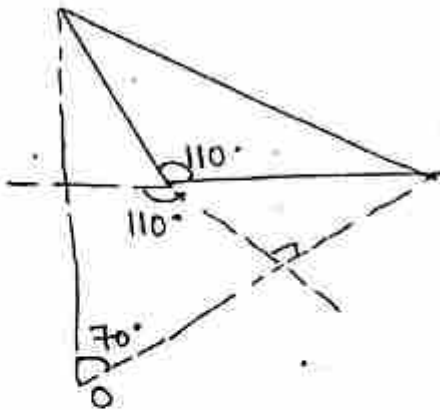
अधिक कोण त्रिभुज में लम्बकेन्द्र



समकोण त्रिभुज में लम्बकेन्द्र



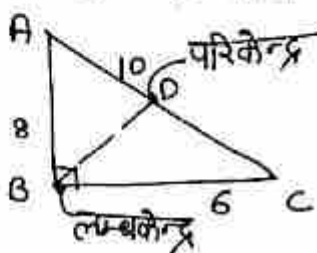
31) किसी अधिक कोण त्रिभुज में अधिक कोण 110° है। इसके लम्बकेन्द्र पर बना कोण ज्ञात करो।



By Pardeep Chhoker
7206446517



32) किसी त्रिभुज की भुजाएँ 6, 8, 10 cm हैं। इसके लम्बकेन्द्र व परिकेन्द्र के बीच की दूरी ज्ञात करो।

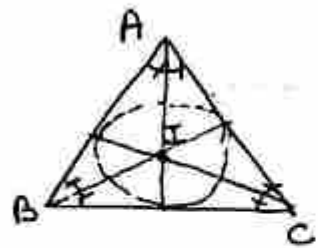


$AD = DC = 5$

$AD = DC = BD = R$

$\therefore BD = 5$ Ans

4. अन्तः केन्द्र जहाँ पर कोण द्विभाजक मिलते हैं ।



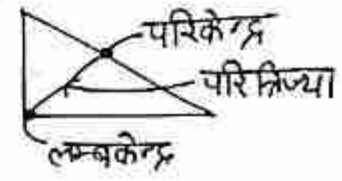
$$\angle I = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$



CLASS
50.

By Pardeep Chhoker
7206446517

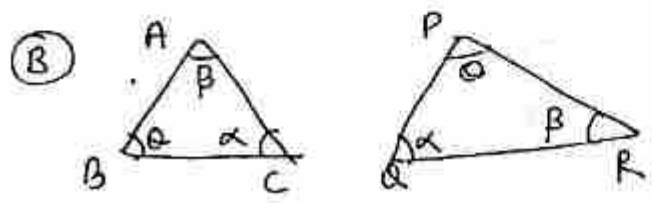
- ⊕ किसी समकोण त्रिभुज में समकोण शीर्ष से स्क माधिका तथा परिवृत्त की त्रिज्या एक ही लाइन होती हैं ।
- ⊕ किसी समकोण त्रिभुज में लम्बकेन्द्र व परिकेन्द्र के बीच की दूरी, परित्रिज्या के समान होती हैं ।
- ⊕ अन्तः केन्द्र अकेला ऐसा केन्द्र है जिसकी त्रिभुज की तीनों भुजाओं से लम्बवत्त दूरी समान होती हैं ।
- ⊕ परिकेन्द्र अकेला ऐसा केन्द्र है जिसकी त्रिभुज की तीनों शीर्ष से समान दूरी होती हैं ।



समरूपता



अगर दो कोण समान हो तो दो त्रिभुज आपस में समरूप होती हैं

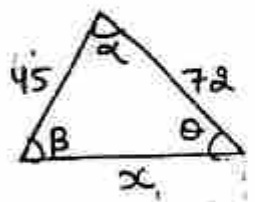
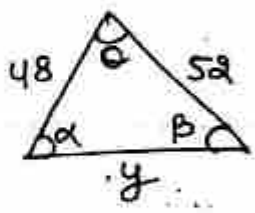


$$\frac{AC}{QR} = \frac{AB}{PR} = \frac{BC}{PQ} = \frac{P(\Delta ABC)}{P(\Delta PQR)} = \frac{\text{माध्यिका}(\Delta ABC)}{\text{माध्यिका}(\Delta PQR)}$$

$$\frac{\text{कोण द्विभाजक}(\Delta ABC)}{\text{कोण द्विभाजक}(\Delta PQR)} = \frac{\text{केन्द्राई}(\Delta ABC)}{\text{केन्द्राई}(\Delta PQR)}$$



33



$x+y=?$

$$\frac{y}{45} = \frac{48}{72} \times 2$$

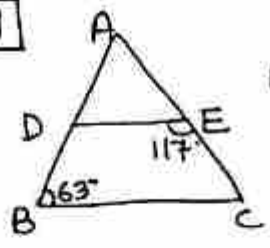
$y=30$

$\therefore x+y = 30+78 = 108$ Ans

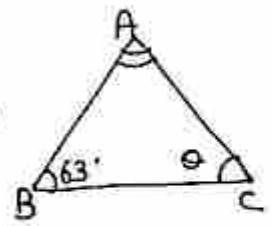
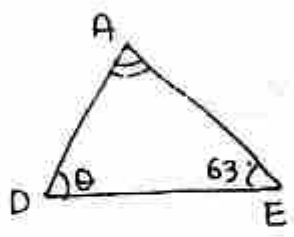
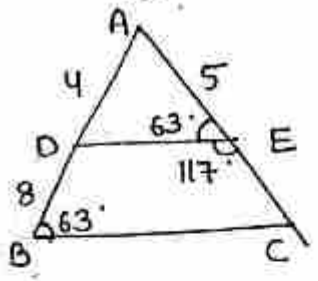
$$\frac{x}{52} = \frac{72}{48} \times 3$$

$x=78$

34



AD=4
AB=12
AE=5
EC=?

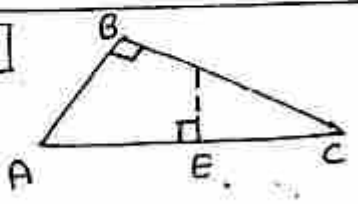


$\therefore \frac{AC}{4} = \frac{12}{5}$

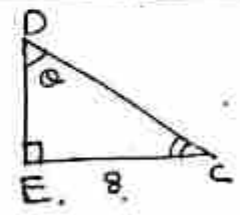
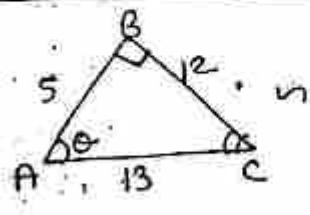
$AC = \frac{48}{5} = 9.6$

$EC = 9.6 - 5 = 4.6$ Ans

35

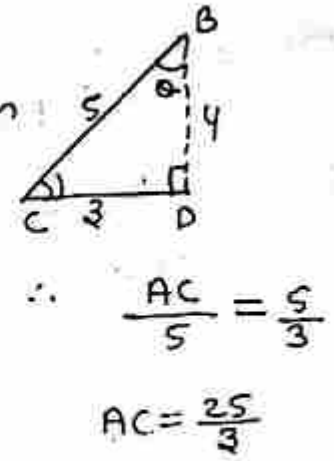
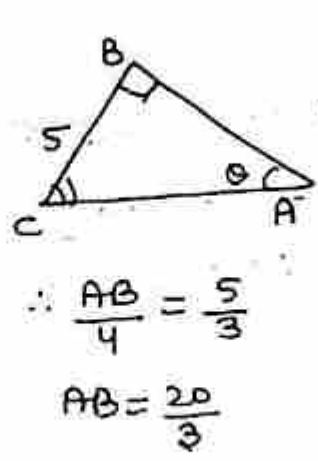
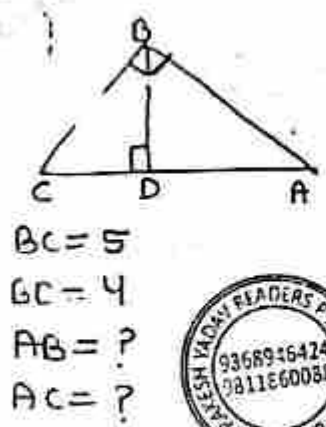


AB=AE=5
BC=12
DE=?



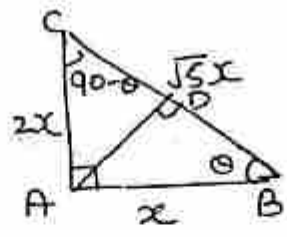
$\frac{DE}{5} = \frac{8}{12} \times 2$

$DE = \frac{10}{3}$ Ans



1. किसी समकोण त्रिभुज ABC में, $AD \perp BC$, BC कर्ण है $c = 2AB$, $BD = ?$

- (A) $\frac{BC}{2}$
- (B) $\frac{BC}{3}$
- (C) $\frac{BC}{4}$
- (D) $\frac{BC}{5}$

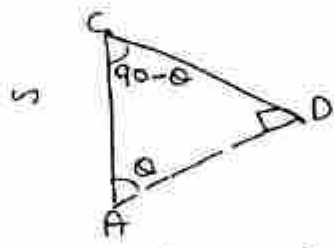
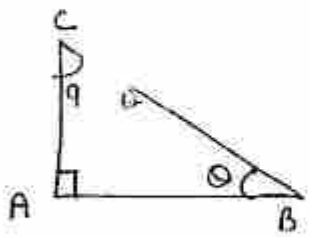


mpf.

$$AC^2 = BC \times CD$$

$$AB^2 = BD \times BC$$

$$AD^2 = CD \times DB$$

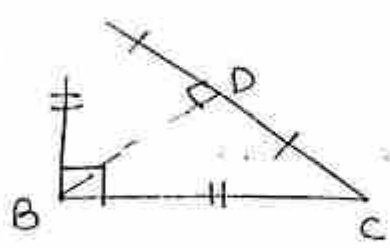


$$\frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC} = \frac{AB}{AD}$$

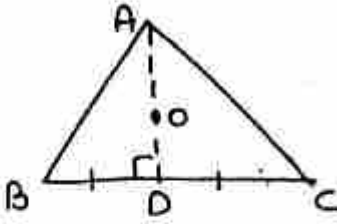
$\therefore AC^2 = BC \times CD$
 $AB^2 = BD \times BC$

$\therefore x^2 = BD \times \sqrt{5}x$
 $BD = \frac{x}{\sqrt{5}} = \frac{x}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}x}{5}$
 $= \frac{BC}{5}$ option D.

समकोण समद्विबाहु त्रिभुज



- माधिका
- अंपाई
- लम्ब द्विभाजक
- कोण द्विभाजक
- लम्बकोर व परिकोर की दूरी.

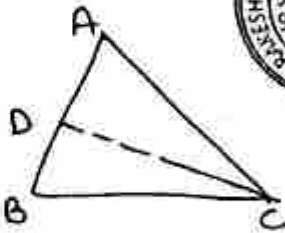


AD — माधिका
 लम्ब द्विभाजक
 अंघाई
 कोण द्विभाजक

AO = माधिका

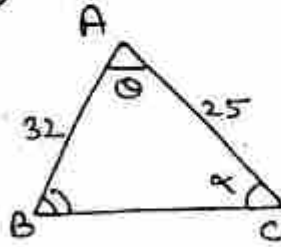
चारों केन्द्र O पर होते हैं।

38



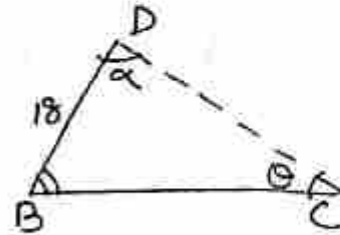
$\angle BAC = \angle BCD$

- AD = 14
- BD = 18
- AC = 25
- BC = ?



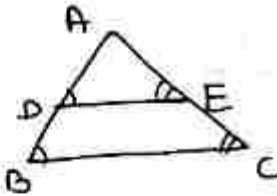
$\frac{BC}{18} = \frac{32}{BC}$

$BC^2 = 576$



$\therefore BC = 24$

39

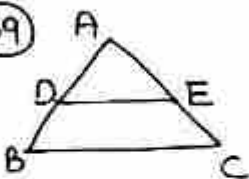


$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

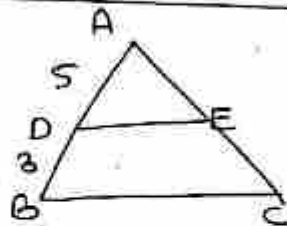
$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$



39



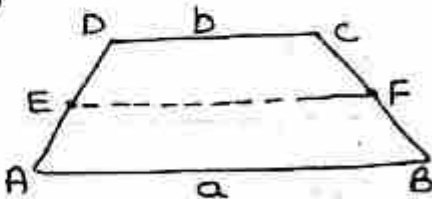
$\frac{AD}{DB} = \frac{5}{3}$
 $BC = 72$
 $DE = ?$



$\frac{5}{8} = \frac{DE}{72}$

$DE = 45$ Ans

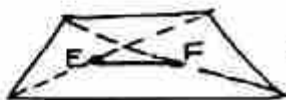
40



$\frac{DE}{EA} = \frac{CF}{FB}$

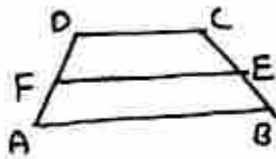
यदि E & F मध्य बिन्दु हैं \rightarrow

$EF = \frac{a+b}{2}$



\rightarrow यदि E & F विकर्ण के मध्य बिन्दु \rightarrow

$EF = \frac{a-b}{2}$



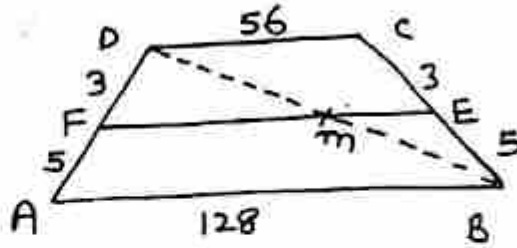
$AB = 128$

$DC = 56$

$FE = ?$

$AB \parallel DC \parallel FE$

$\frac{DF}{FA} = \frac{3}{5}$



$\triangle ADB \sim \triangle DFM$

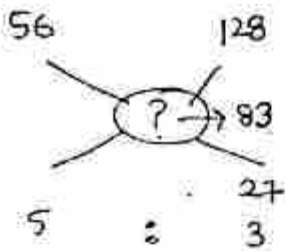
$\frac{3}{8} = \frac{FM}{128} \quad FM = 48$

$\triangle BCD \sim \triangle BEM$

$\frac{5}{8} = \frac{ME}{56} \quad ME = 35$

$FE = 48 + 35 = 93$

(OR)

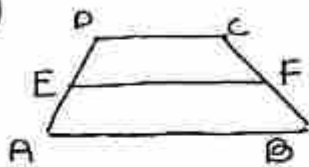


$128 - 56 = 72$

72
 $\frac{5}{3} \times 27$



(41)

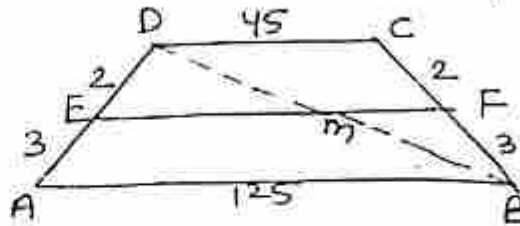


$DC = 45$

$AB = 125$

$EF = ?$

$\frac{DE}{EA} = \frac{2}{3}$

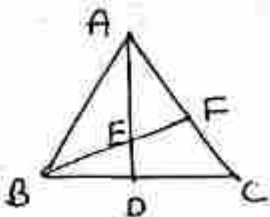


$\frac{2}{5} = \frac{EM}{125} \Rightarrow EM = 50$

$\frac{3}{5} = \frac{MF}{45} \Rightarrow MF = 27$

$EF = 50 + 27 = 77$ Ans.

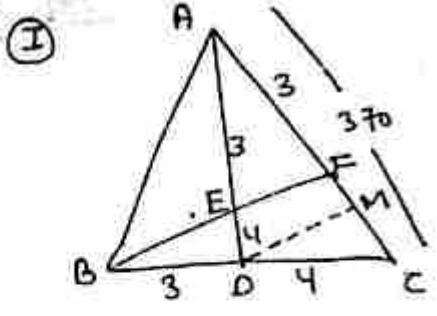
(42)



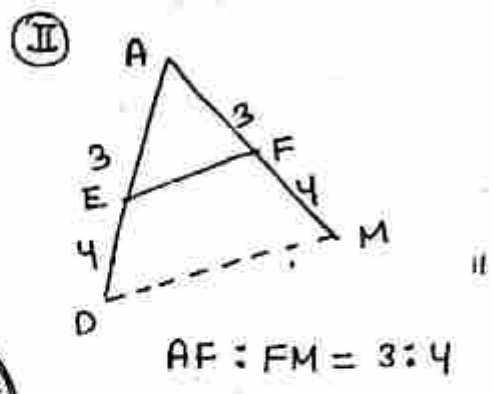
$AE : ED = BD : DE = 3 : 4$

$AC = 370$ cm

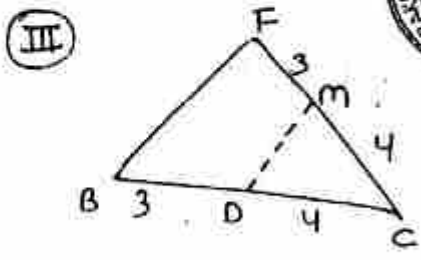
$AF = ?$



BF || DM



AF : FM = 3 : 4



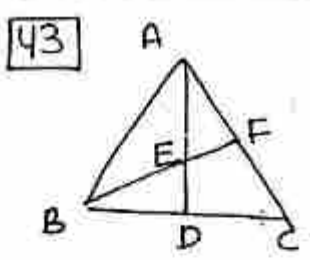
AF : FM : MC
3 : 4 → ④

$$\frac{3x}{9x} \quad \frac{4x}{12x} \quad \frac{4x}{16x}$$

37x = 370

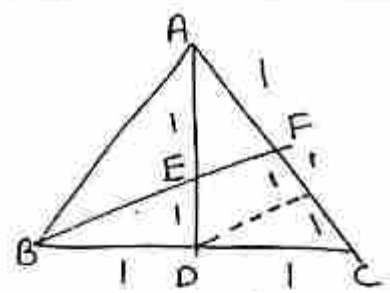
x = 10

AF = 90, FM = 120, MC = 160



E, AD का मध्य बिन्दु
D, BC का मध्य बिन्दु
AC = 30 cm
AF = ?

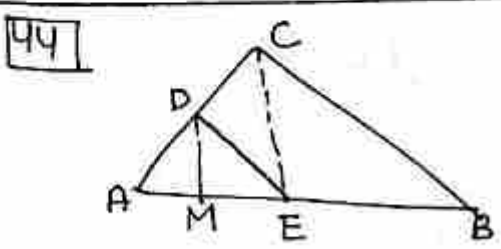
3 → 30
1 → 10



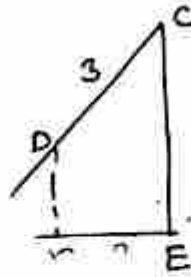
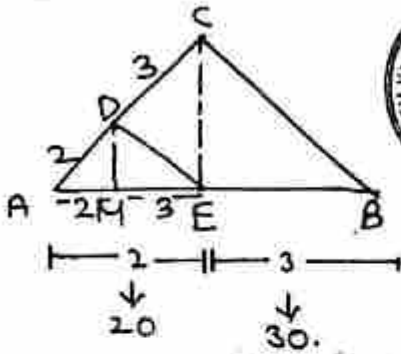
AE : EM : MC

$$\frac{1}{1} : \frac{1}{1} : \frac{1}{1}$$

∴ AF = 10



BC || DE
CE || DM
AE : EB = 2 : 3
AM : MB = ?



AE = 20
EB = 30

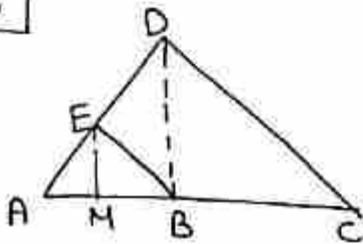
AE = 20
EB = 30

∴ AM, ME = 12, EB = 30.

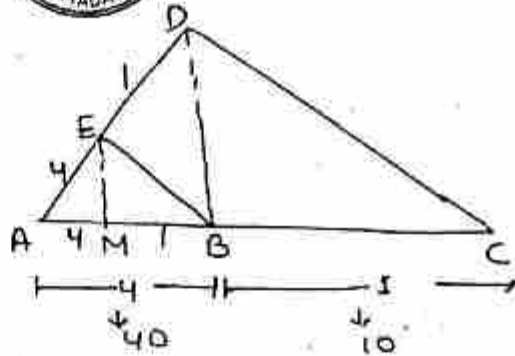
m : MB
4 : 21
Ans



45



AB : BC = 4 : 1
MB : BC = ?

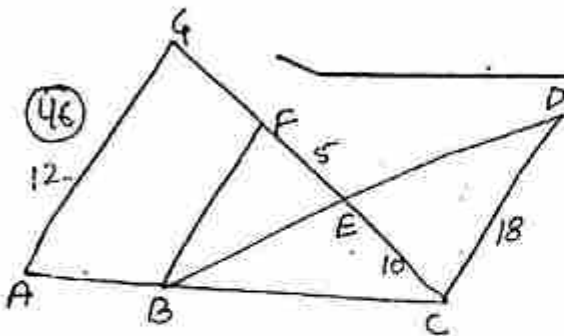


AM = 32
MB = 8
BC = 10

MB : BC
8 : 10

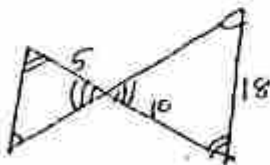
4 : 5 Ans

46



FE = 5 AG = 12
EC = 10 GC = ?
DC = 18 AG || BF || CD

(I)

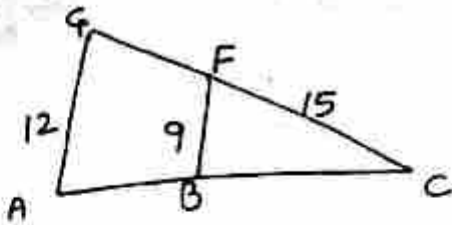


FB / 18 = 5 / 10

FB = 9



46



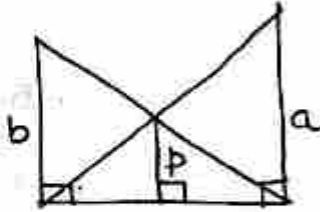
$$\frac{5}{15} = \frac{9}{24}$$

$$CF = 20$$

Ans

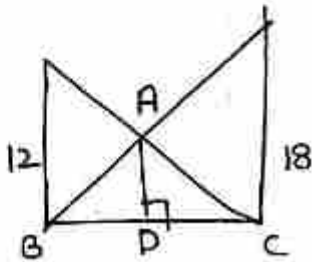


47



$$p = \frac{ab}{a+b}$$

47



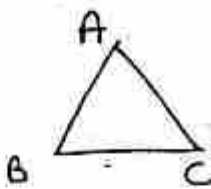
$$AD = \frac{12 \times 18}{30} = \frac{36}{5}$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{36}{5} = \frac{108}{5}$$

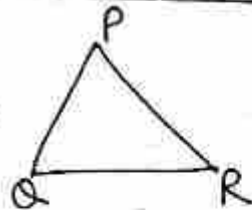
$$BC = 6$$

ΔABC का क्षेत्रफल = ?

48



~

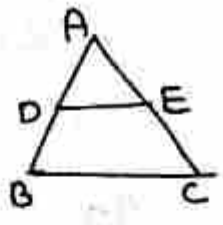


$$\frac{\text{क्षेत्रफल}(\Delta ABC)}{\text{क्षेत्रफल}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{AC}{PR}\right)^2 = \left[\frac{P(\Delta ABC)}{P(\Delta PQR)}\right]^2 =$$

$$\left(\frac{\text{माध्यिका / कोण विभाजक / ऊंचाई } \Delta ABC}{\text{माध्यिका / कोण विभाजक / ऊंचाई } \Delta PQR}\right)^2$$

48

ΔABC में BC के समानांतर एक लाइन DE खींची गई और यह Δ को समान क्षेत्र में बांट देती है। $\frac{AD}{DB}$ ज्ञात करो.



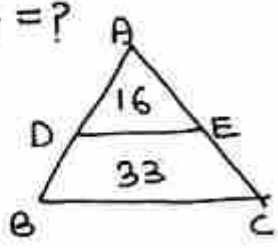
	क्षेत्री ΔADE	बड़ी ΔABC
क्षेत्र	1	2
भुजा	1	$\sqrt{2}$

$AD = 1$
 $AB = \sqrt{2}$
 $DB = \sqrt{2} - 1$

$$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \text{ Ans}$$

49 ΔABC में BC के समानान्तर एक लाइन DE इस प्रकार खींची गई कि ΔADE का क्षेत्र : $\square BCED$ का क्षेत्र = 16 : 33.

$\frac{AD}{DB} = ?$



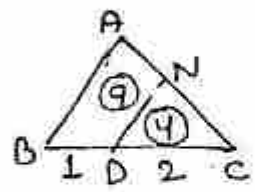
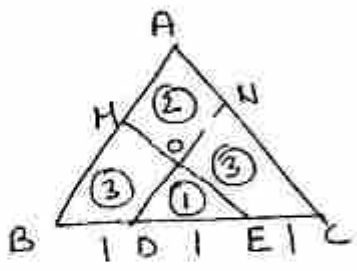
	ΔADE	ΔABC
क्षेत्र	16	49
भुजा	4	7
	\downarrow AD	\downarrow AB

$\therefore DB = 7 - 4 = 3$
 $\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{4}{3} \text{ Ans}$

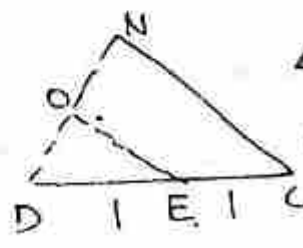
50 ΔABC में BC पर दो बिन्दु D व E इस प्रकार हैं कि ये BC को तीन समान भागों में बांटते हैं।

$DN \parallel AB$
 $EM \parallel AC$

$$\frac{\Delta DOE \text{ का क्षेत्र} + \square AMON \text{ का क्षेत्र}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र}} = ?$$



ΔABC का क्षेत्र = 9
 ΔDNC का क्षेत्र = 4

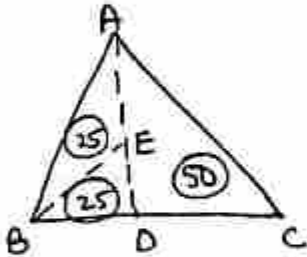


ΔDNC का क्षेत्र = 4
 ΔODE क्षेत्र = 1
 ΔEMB का क्षेत्र = 4

$$\therefore \frac{1+4}{9} = \frac{5}{9} \text{ Ans}$$



51) $\triangle ABC$ में, BC का मध्य बिन्दु D है और AD का मध्य बिन्दु E है।
 $\triangle ABE$ का क्षेत्रफल : $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = ?

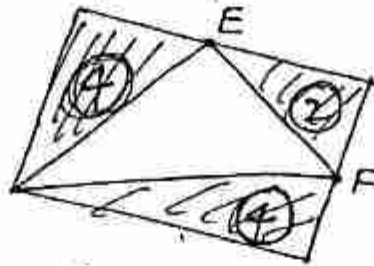
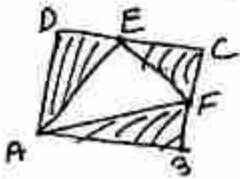


$\triangle ABC$ का क्षेत्रफल = 100 (मान लो)

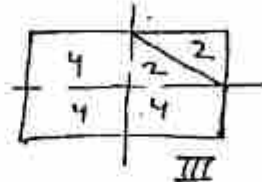
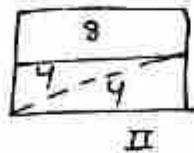
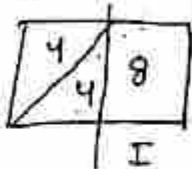
$$\frac{\triangle ABE \text{ क्षेत्रफल}}{\triangle ABC \text{ क्षेत्रफल}} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \quad \text{Ans}$$



52) ABCD एक समानान्तर चतुर्भुज है। E व F क्रमशः DC और BC के मध्य बिन्दु हैं। छायांकित भाग व अछायांकित भाग के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करो ?



माना $\square ABCD$ का क्षेत्रफल = 16

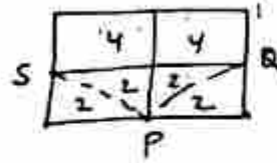
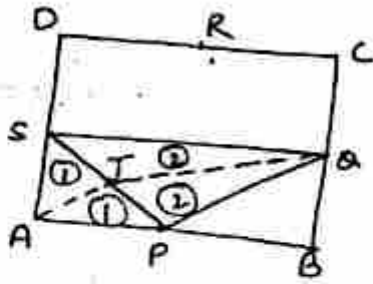


$$\frac{\text{छायांकित भाग}}{\text{अछायांकित भाग}} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \quad \text{Ans}$$

53) A, B, C, D किसी समानान्तर चतुर्भुज के शीर्ष हैं। P, Q, R, S क्रमशः AB, BC, CD व DA के मध्य बिन्दु हैं। T, PS का मध्य बिन्दु है।

$\triangle ATS$ का क्षेत्रफल : $\triangle PTQ$ का क्षेत्रफल = ?

माना $\square ABCD$ का क्षेत्र = 16

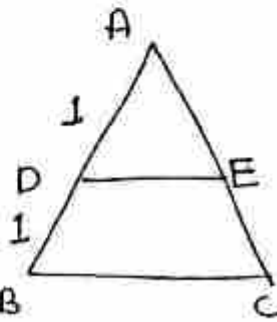
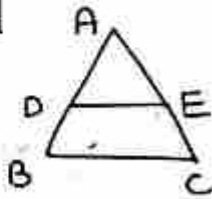


ΔSPQ का क्षेत्र = 4



$$\therefore \frac{\Delta ATS}{\Delta PTQ} = \frac{1}{2} \text{ Ans.}$$

54



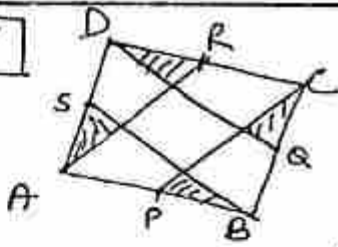
$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्र}}{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र}} = \frac{(1)^2}{(2)^2} = \frac{1}{4} \text{ Ans}$$

D व E मध्य बिन्दु हैं।

ΔADE का क्षेत्र : ΔABC का क्षेत्र = ?

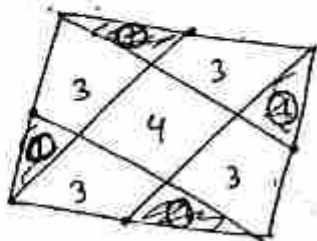
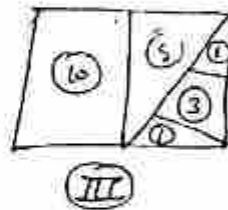
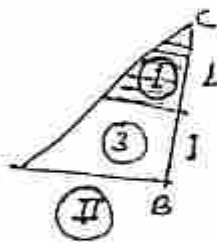
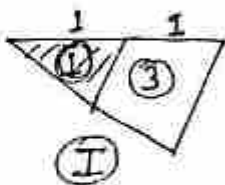
f

55



$ABCD$ किसी समानांतर च० के शीर्ष हैं।
 P, Q, R, S क्रमशः AB, BC, CD और DA के मध्य बिन्दु हैं। छायांकित भाग और अछायांकित भाग के क्षेत्र का अनुपात ज्ञात करें।

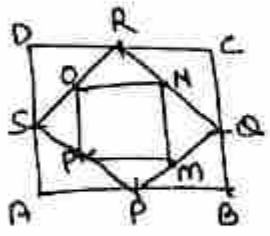
माना $\square ABCD$ का क्षेत्र = 20



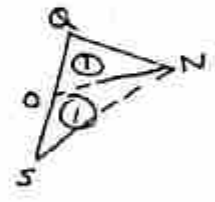
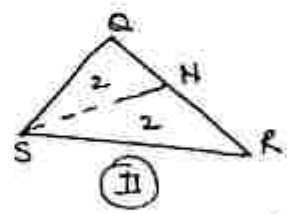
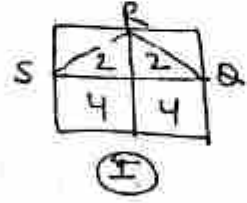
$$\frac{\text{छायांकित भाग का क्षेत्र}}{\text{अछायांकित भाग का क्षेत्र}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \text{ Ans}$$

56 A, B, C, D किसी समानांतर चतुर्भुज के शीर्ष हैं। P, Q, R, S क्रमशः AB, BC, CD, DA के मध्य बिन्दु हैं। M, N, O, E क्रमशः PQ, QR, RS, SP के मध्य बिन्दु हैं

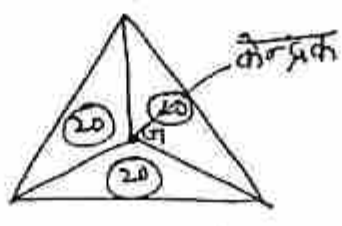
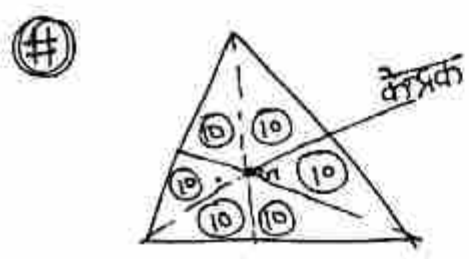
ΔSON का क्षेत्र : $\square ABCD$ का क्षेत्र = ?



$\square ABCD$ का क्षेत्र = 16 (माना)

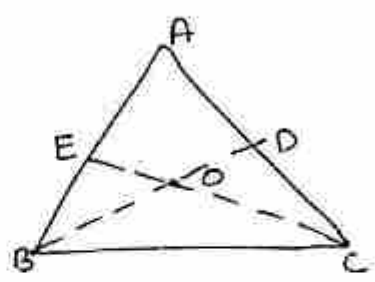
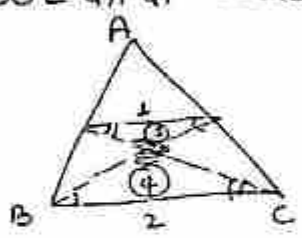


$\therefore \frac{\Delta SON}{\square ABCD} = \frac{1}{16}$ Ans



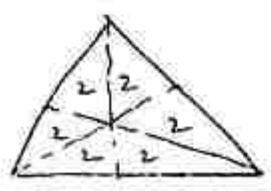
57 ΔABC में BD व CE दो माध्यिकाएं हैं जो एक दूसरे को O पर काटती हैं।

(A) ΔDOE का क्षेत्र : ΔBOC का क्षेत्र



$\therefore \frac{\Delta DOE}{\Delta BOC} = \frac{1}{4}$

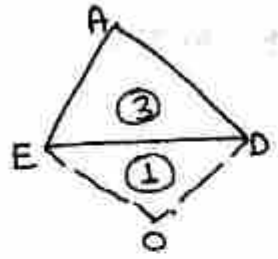
(B) ΔDOE क्षेत्र : ΔDOC क्षेत्र = ?



1 : 2 Ans

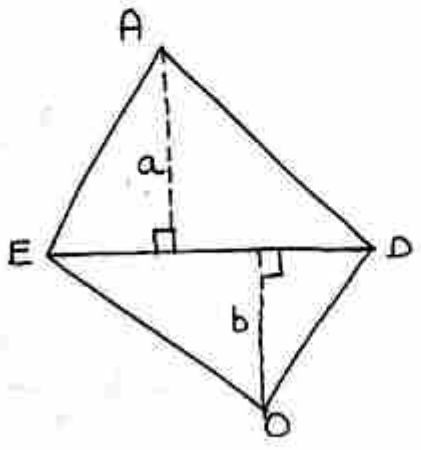


(C) ΔDOE का क्षेत्रफल : ΔADE का क्षेत्रफल = ?



$$\frac{\Delta DOE}{\Delta ADE} = \frac{1}{3} \text{ Ans.}$$

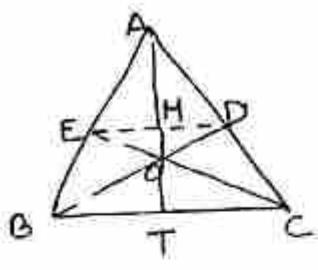
(#)



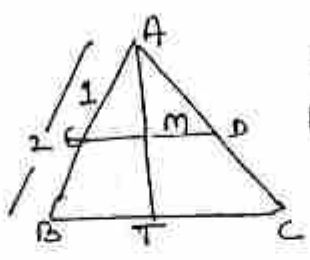
$$\frac{\Delta AED \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta EOD \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{1}{2} \times ED \times a}{\frac{1}{2} \times ED \times b} = \frac{a}{b}$$

अगर दो त्रिभुज समान आधार पर हों तो उनके क्षेत्रफलों का अनुपात समान आधार पर डाले गए लम्बों के अनुपात के बराबर होता है।

[58] किसी ΔABC में, BD व CE दो माध्यिकाएँ हैं जो O पर मिलती हैं। रेखा AO और ED, M पर मिलती हैं। $AM : MO = ?$



$AO = 4$
 $OT = 2$] माना $\therefore AO : OT = 2 : 1$



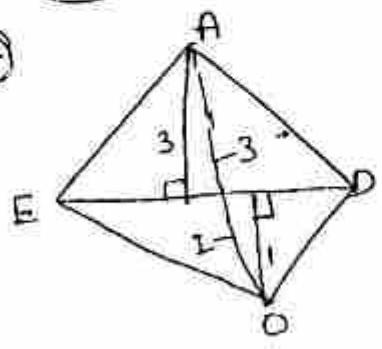
$AM = 6$
 $MO = 3$

अगर दो त्रिभुज समरूप हैं तो उनकी भुजा का अनुपात उनकी माध्यिका के अनुपात के बराबर होता है।

$$\therefore \frac{AM}{MO} = \frac{3}{1} \text{ Ans.}$$

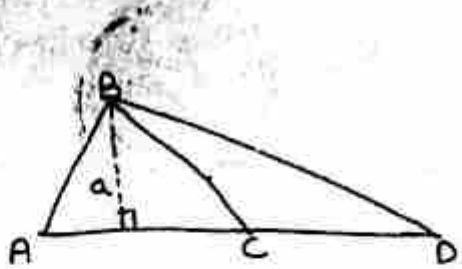


(*)



$$\frac{\Delta AED \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta EOD \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{3}{1}$$

59

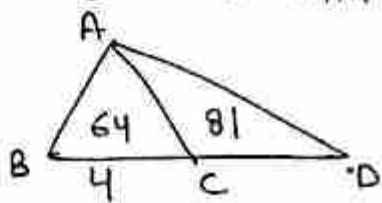


ΔACB का क्षेत्र = 64 cm^2
 ΔBCD का क्षेत्र = 81 cm^2
 $AC = 4$, $CD = ?$



$$\frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्र}}{\Delta BCD \text{ का क्षेत्र}} = \frac{\cancel{h} \times AC \times \cancel{h}}{\cancel{h} \times CD \times \cancel{h}} \Rightarrow \frac{64}{81} = \frac{4}{CD} \quad CD = \frac{81}{16}$$

(*) अगर दो त्रिभुजों का एक common शीर्ष हो और आधार एक सीधी रेखा हों तो उनके क्षेत्रों का अनुपात उनके आधारों की लंबाई के अनुपात के समान होता है।

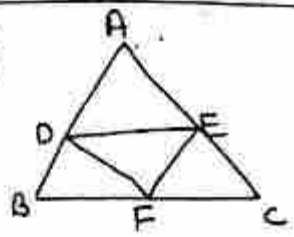


$$\therefore \frac{64}{81} = \frac{4}{CD}$$

$$\therefore CD = \frac{81}{16}$$

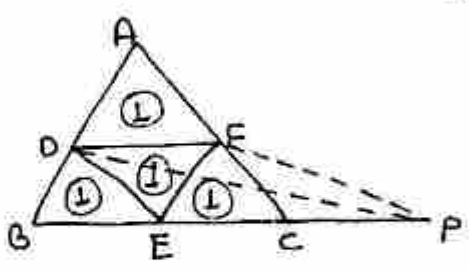


(#)



ΔDEF क्षेत्र ΔABC क्षेत्र
 $1 : 4$
 D, E, F मध्य बिन्दु हैं।

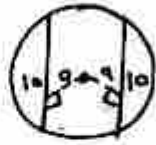
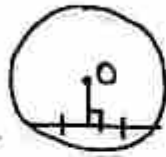
60 ΔABC में BC को बिन्दु P तक बढ़ाया गया। D, F क्रमशः AB व AC के मध्य बिन्दु हैं। ΔDFP क्षेत्र : ΔABC क्षेत्र = ?



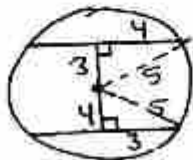
ΔDFE क्षेत्र = ΔDFP क्षेत्र
 $\therefore \Delta DFP$ का क्षेत्र = 1
 ΔABC का क्षेत्र = 4
 अभीष्ट अनुपात = $1 : 4$ सिद्ध



(#) यदि दो त्रिभुजों का आधार समान हो व दोनों समानान्तर भुजाओं के बीच स्थित हो तो उनका क्षेत्रफल बराबर होगा.

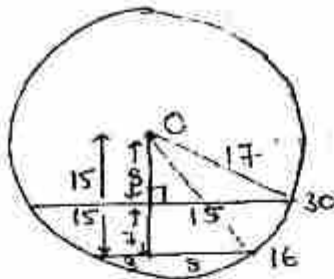


- 61) किसी वृत्त की त्रिज्या 5 cm है। केन्द्र के दोनों ओर 6 cm व 8 cm की दो जीवाएं हैं। दोनों समानान्तर जीवाओं के बीच की लम्बवत दूरी ज्ञात करो।



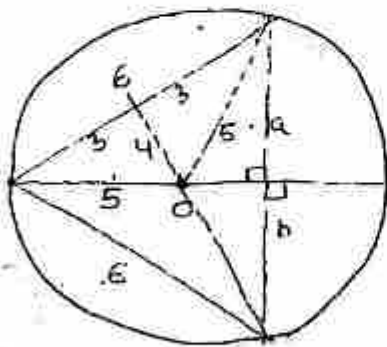
लम्बवत दूरी = 3+4 = 7 cm.

- 62) केन्द्र के एक तरफ दो समानान्तर जीवाएं 16 cm व 30 cm के बीच की दूरी ज्ञात करो यदि वृत्त की त्रिज्या 17 cm हो ?



दूरी = 7 cm अथ

- 63) AB व AC किसी वृत्त की दो जीवाएं हैं।
r = 5 cm, AB = AC = 6 cm, BC = ?



BC = 4.8 + 4.8 = 9.6

$\Delta AOB =$ समद्विबाहु

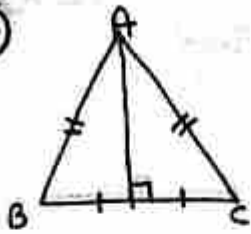
ΔAOB क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times a$

$a = 4.8$

||| $b = 4.8$

$\therefore BC = a + b = 9.6$

63



किसी समद्विबाहु त्रिभुज में यदि दोनों 'समान भुजाओं' के common शीर्ष से तीसरी भुजा पर लम्ब डाला जाए तो यह तीसरी भुजा को दो बराबर भागों में बाँट देता है।

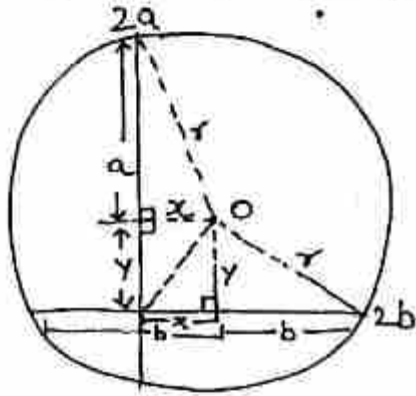
99

$$AB = AC \text{ (common शीर्ष A)}$$

$$AD \perp BC$$

$$\therefore \boxed{BD = DC}$$

64) 2a, 2b लम्बाई की दो जीवा एक दूसरे को 90° पर काटती हैं। वहाँ जहाँ काटती हैं वहाँ से केन्द्र के बीच की दूरी c है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो यदि $c <$ त्रिज्या



$$a \triangle \begin{matrix} r \\ x \\ \end{matrix} \rightarrow x^2 = r^2 - a^2$$

$$y \triangle \begin{matrix} c \\ b \\ \end{matrix} \rightarrow y^2 = c^2 - x^2$$

$$y^2 = c^2 - (r^2 - a^2)$$

$$y^2 = c^2 - r^2 + a^2$$

$$y \triangle \begin{matrix} r \\ b \\ \end{matrix} \rightarrow r^2 = y^2 + b^2$$

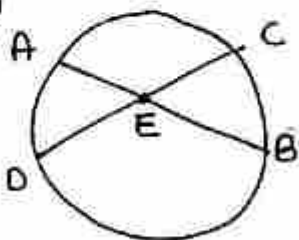
$$r^2 = (c^2 - r^2 + a^2) + b^2$$

$$r^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}} \text{ Ans}$$

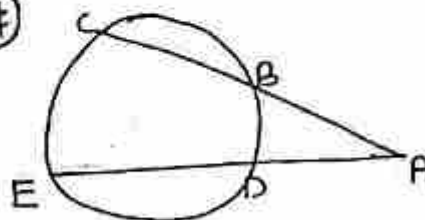


65



$$AE \times EB = CE \times ED$$

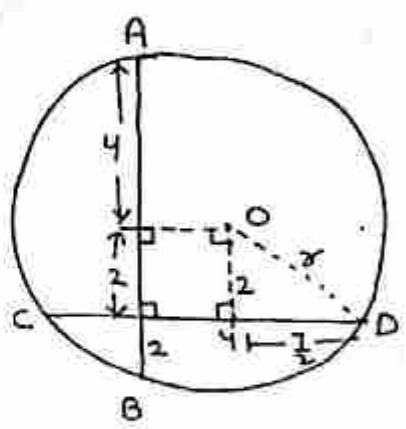
66



$$AB \times AC = AD \times AE$$

65] AB व CD किसी वृत्त की दो जीवा हैं जो एक दूसरे को 90° पर E पर काटती हैं।

AE=6, EB=2, CE=3, r=?



$6 \times 2 = 3 \times ED$

$ED = 4$

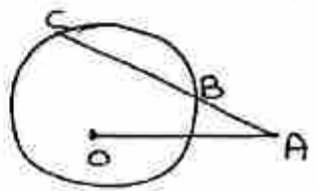
$r^2 = 4 + \frac{49}{4}$

$r^2 = \frac{65}{4}$

$r = \frac{\sqrt{65}}{2}$ Any

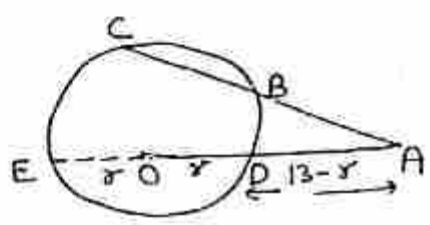


66



AB=9, BC=7

AO=13, r=?



AD = 13-r

AE = 13+r

$\therefore 9 \times 16 = (13-r)(13+r)$

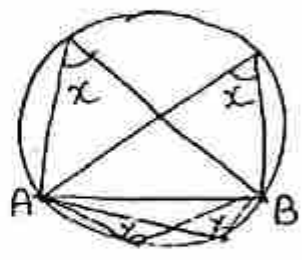
$144 = 169 - r^2$

$r^2 = 25$

$\therefore r = 5$

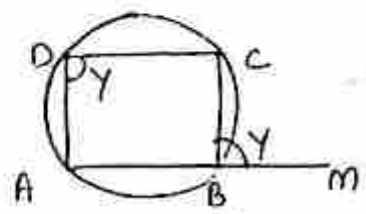


#



एक ही जीवा द्वारा वृत्त के केन्द्र के एक तरफ बनाए गए कोण समान होते हैं।

#



चक्रीय चतुर्भुज

$A+C = B+D = 180^\circ$

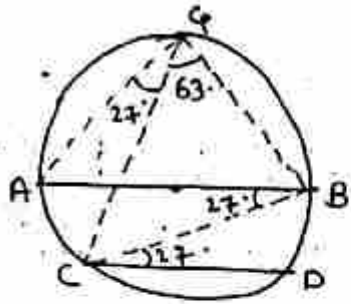
बाह्य कोण विपरीत अन्तः कोण के समान होता है।

$\angle CBM = \angle CDA = y$

67 AB || CD

∠BCD = ?

~~∠BAC =~~
∠CAB = 63°



AB → व्यास
व्यास द्वारा बना कोण = 90°

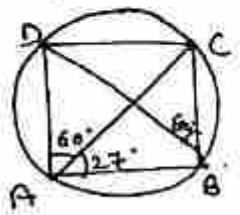
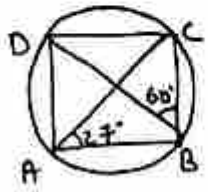
∠APC = 90 - 63 = 27°

∴ ∠ABC = 27° (समान जीवा AC के कोण)

AB || CD

∴ ∠BCD = 27°

68 ∠BCD = ?



∠DBC = ∠DAC = 60°

(समान जीवा DC द्वारा बने कोण)

A + C = 180°

87 + c = 180°

c = 93°

69 किसी ΔABC में ∠A, ∠B, ∠C के कोण द्विभाजक परिवृत्त को D, E, F पर काटते हैं।

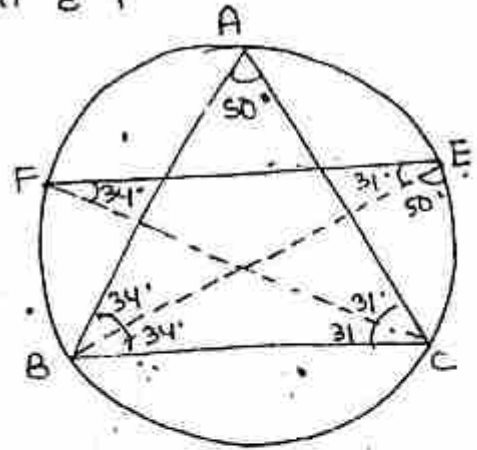
∠A = 50°

∠EFC = 34°

∠FEB = ?

∠FEC = ?

∠AEC = ?



∠EFC = ∠EBC = 34° (समान जीवा EC द्वारा बने कोण)

∠B + ∠E = 190°

68° + ∠E = 180°

∠FEC = 112°

∠C = 62° (∵ ∠A = 50, ∠B = 68)

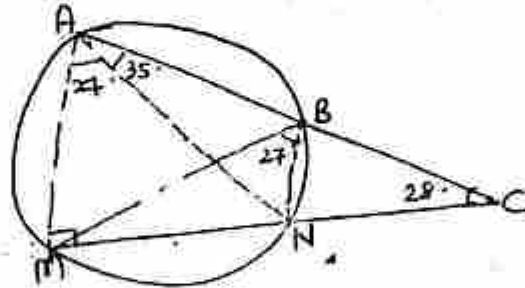
∠FEB = ∠FCB = 31° (समान जीवा FB द्वारा बने कोण)

∠BAC = ∠BEC = 50° (समान जीवा BC द्वारा बने कोण)

∠AEC = 180 - (34 + 34 + 31 + 50) = 31° (चक्रीय चतुर्भुज)

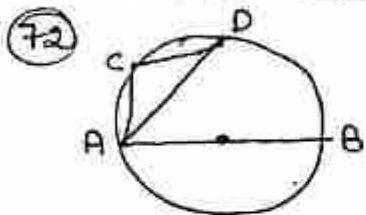
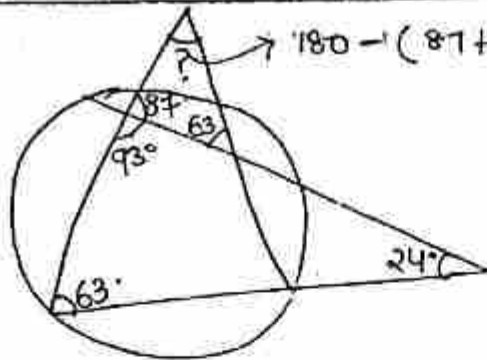
70) ABC व MNC किसी वृत्त की दो छेदक रेखा हैं जो वृत्त के बाहर C बिन्दु पर काटती हैं। AN वृत्त का व्यास है

$\angle C = 28^\circ$
 $\angle NAB = 35^\circ$
 $\angle MBN = ?$

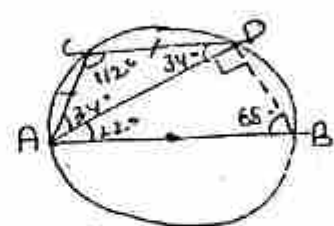


AN \rightarrow व्यास
 $\angle AMC = 90^\circ$ (अर्धवृत्त में बना कोण)
 $\angle MAN = 180^\circ - (90 + 28 + 35) = 27^\circ$
 $\angle MBN = 27^\circ$ (समान जीवा MN द्वारा बने कोण)

71) $\rightarrow 180 - (87 + 69) = 30^\circ$



CA = CD
 $\angle CAB = ?$

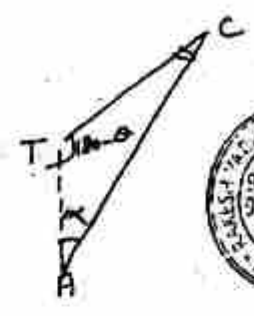
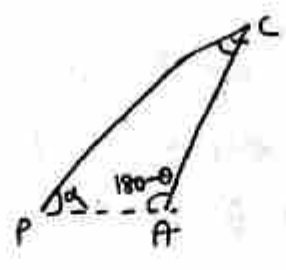
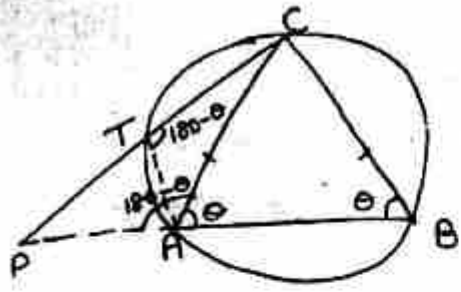


$\angle CAB = 22^\circ$



73) AC व BC किसी वृत्त की दो जीवाएं हैं। लाइन BA को P बिन्दु तक बढ़ाया गया, जब CP को मिलाया गया तो यह वृत्त को T पर काटती हैं।

AC = BC CT = 5
 CP = ? BC = 8

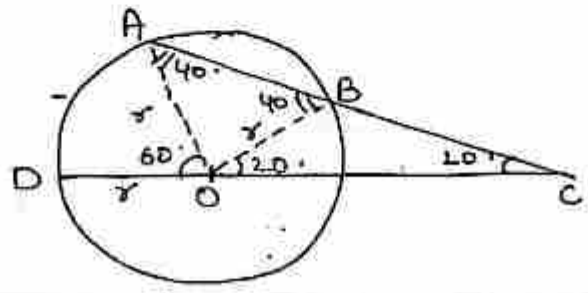


$$\frac{CP}{8} = \frac{8}{5}$$

$$\therefore CP = \frac{64}{5} = 12.8$$

74 AB किसी वृत्त की जीवा है। DOC एक लाइन है जो वृत्त के स्फ बिन्दु D से शुरू होती है। AB का बड़ा हुआ भाग DOC को C पर मिलता है।

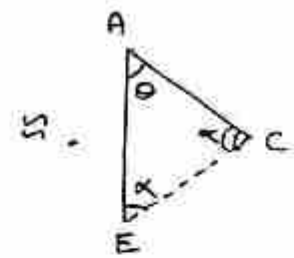
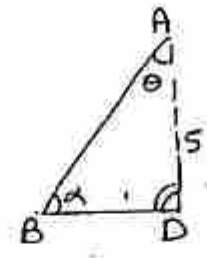
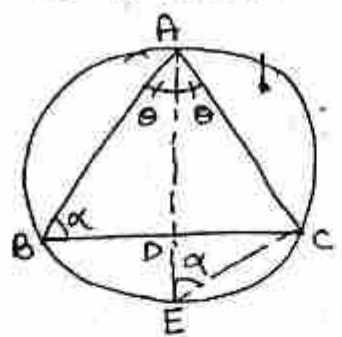
- BC = OD
- $\angle BCD = 20^\circ$
- $\angle AOD = ?$



$$\angle AOD = 60^\circ$$

75 ABC में $\angle A$ का कोण द्विभाजक BC को D पर काटता है तथा परिवृत्त को E पर मिलता है।

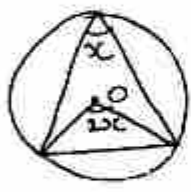
- DE = 3
- AC = 4
- AD = 5
- AB = ?



$$\frac{AB}{8-2} = \frac{5}{4}$$

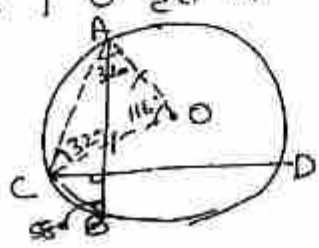
$$\boxed{AB = 10}$$

#



76 AB व CD किसी वृत्त की दो जीवा है जो एक-दूसरे को 90° पर काटती है। O वृत्त का केंद्र है।

- $\angle CAO = 32^\circ$
- $\angle BCD = ?$

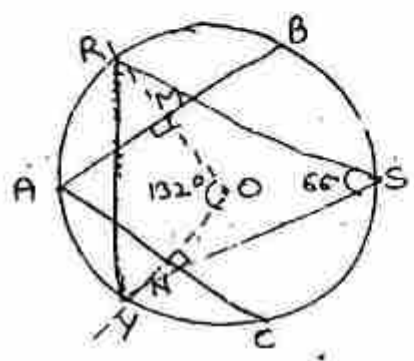


$$\angle CBA = 58^\circ \text{ (समान जीवा AC द्वारा केंद्र पर बने कोण का आधा)}$$

$$\angle BCD = 180 - (90 + 58)$$

$$= 32^\circ \text{ Ans}$$

74) AB व AC किसी वृत्त की दो जीवा हैं, M व N उनके मध्य बिन्दु हैं। OM और ON को बढ़ाया गया जो परिवृत्त को R और Y पर काटती हैं। S बड़ी चाप RY पर कोई बिन्दु है। $\angle A = 48^\circ$ $\angle RSY = ?$

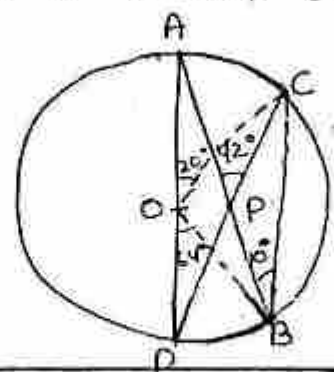


$\angle SY = 66^\circ$ $\angle RY$ द्वारा बना कोण केन्द्र पर बने कोण से आधा होगा.



78) AB व CD किसी वृत्त की दो जीवा हैं जो P बिन्दु पर मिलती हैं।

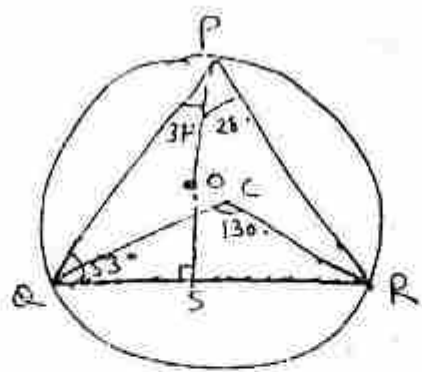
- $\angle AOC = 20^\circ$
- $\angle APC = 42^\circ$
- $\angle BOD = ?$



$\angle BOD = 64^\circ$

79) O व C क्रमशः किसी ΔPQR के लम्बकेन्द्र व परिकेन्द्र हैं। P और O को मिलाकर बढ़ाया गया जो QR को S पर काटती है।

- $\angle OQR = 130^\circ$
- $\angle RPS = ?$
- $\angle POS = 53^\circ$

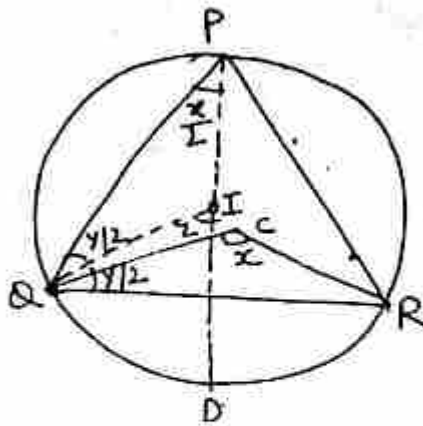


$\angle RPS = 48^\circ$



80 ΔPQR में I और C क्रमशः अन्तःकेन्द्र व परिकेन्द्र हैं। PI को बढ़ाया गया जो परिवृत्त को D पर मिलती है।

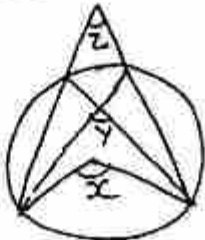
$\angle QCD = x$
 $\angle PQR = y^\circ$
 $\angle QID = z^\circ$
 $\frac{5x + 5y}{3z} = ?$



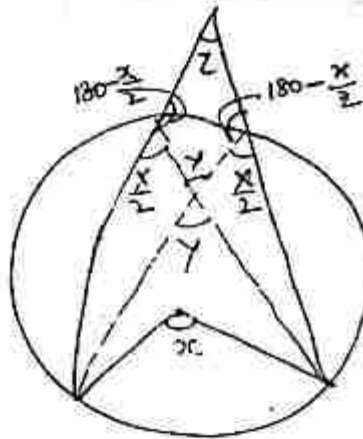
$z = \frac{x}{2} + \frac{y}{2}$
 $2z = x + y$

$\frac{5x + 5y}{3z} = \frac{5(x+y)}{3z} = \frac{5 \times 2z}{3z} = \frac{10}{3} \text{ Ans}$

81



$\frac{4y + 4z}{3x} = ?$



$y + z + 180 - \frac{x}{2} + 180 - \frac{y}{2} = 360^\circ$

$y + z - x = 0$

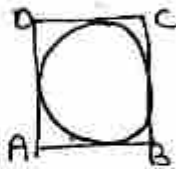
$y + z = x$

$\therefore \frac{4(y+z)}{3x} = \frac{4x}{3x} = \frac{4}{3} \text{ Ans}$

CLASS 55

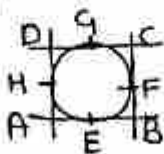
By Pardeep Choker
7206446517

82

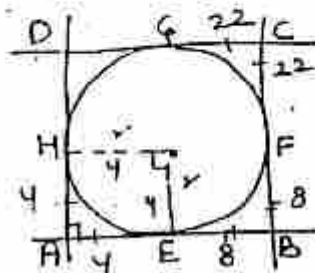


$AB + DC = AD + BC$

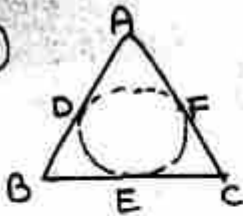
82



$CG = 22$
 $BC = 30$
 $AB = 12$
 $r = ?$

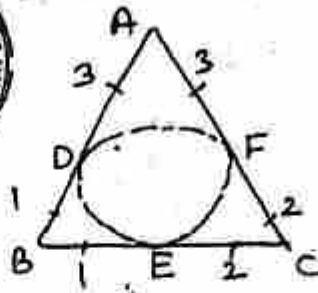


83



BE = 1
CF = 2
AD = 3

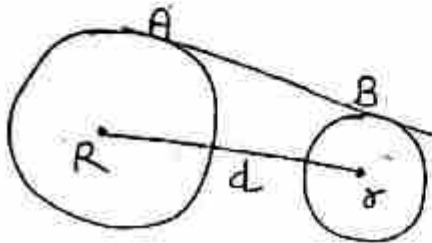
Δ किस प्रकार की है।



Δ की भुजा = 3, 4, 5
∴ समकोण Δ है।

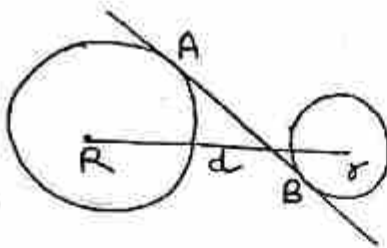
स्पर्श रेखाएं

⊕



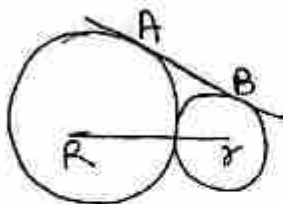
अनुस्पर्शिय उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा = (AB) = $\sqrt{d^2 - (R-r)^2}$

⊕



अनुप्रस्थ उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा AB = $\sqrt{d^2 - (R+r)^2}$

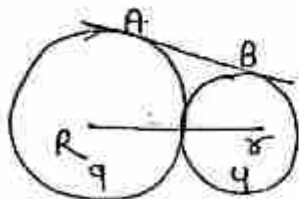
⊕



$AB = 2\sqrt{Rr}$

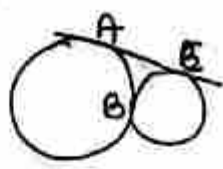


84) 9cm व 4cm त्रिज्या वाले दो वृत्त बाह्य स्पर्श करते हैं। इनकी स्पर्श रेखा पर बनने वाले वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करो।

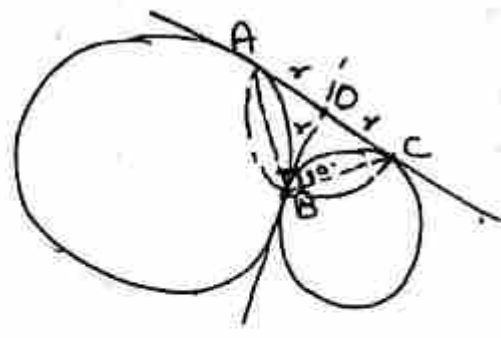


AB (वर्ग की भुजा) = $2\sqrt{9 \times 4} = 12$
वर्ग का क्षेत्रफल = $12^2 = 144 \text{ cm}^2$

85



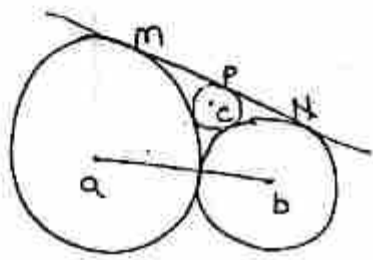
$\angle ABC = ?$



$\angle B = 90^\circ$

86

a cm व b cm त्रिज्या वाले दो वृत्त बाह्य स्पर्श करते हैं। तीसरा वृत्त जिसकी त्रिज्या c है इन दोनों को बाह्य स्पर्श करता है तथा इनकी स्पर्श रेखा को भी स्पर्श करता है। a, b, c में संबंध ज्ञात करो \rightarrow



MN	MP	PN
$2\sqrt{ab}$	$2\sqrt{ac}$	$2\sqrt{bc}$

$MN = MP + PN$

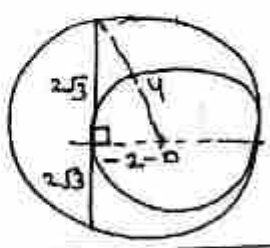
$2\sqrt{ab} = 2\sqrt{ac} + 2\sqrt{bc}$

$\frac{2\sqrt{ab}}{2\sqrt{abc}} = \frac{2\sqrt{ac}}{2\sqrt{abc}} + \frac{2\sqrt{bc}}{2\sqrt{abc}}$

$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}}$

87

4 cm व 3 cm त्रिज्या वाले दो वृत्त एक दूसरे को अन्तः स्पर्श करते हैं। बड़े वृत्त की सबसे बड़ी जीवा ज्ञात करो जो छोटे वृत्त के बाहर है।



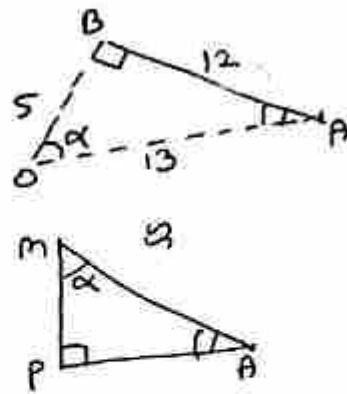
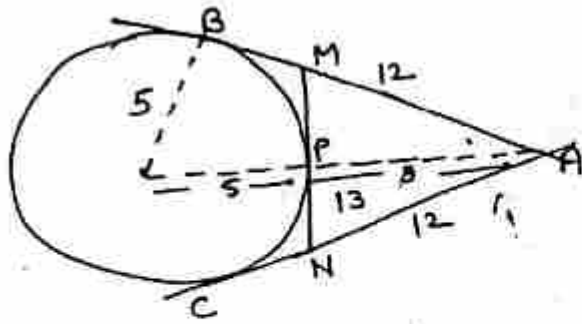
$\sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} = 2\sqrt{3}$

$2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ Ans



88

AB व AC किसी वृत्त की दो स्पर्श रेखाएं हैं। ^{अन्य} ~~दूसरे~~ स्पर्श रेखा की लम्बाई ज्ञात करो जो AB व AC को M तथा N पर काटती है।
 $MN = ?$, $r = 5$, $AB = 12$

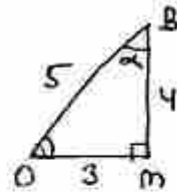
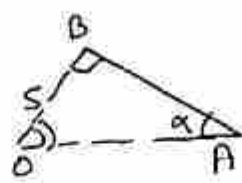
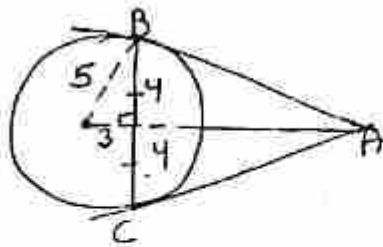


$$\frac{MP}{5} = \frac{12}{13} \therefore MP = \frac{10}{3}$$

$$MN = \frac{10}{3} + \frac{10}{3} = \frac{20}{3}$$

89] AB व AC किसी वृत्त की दो स्पर्श रेखाएँ हैं।

- $r = 5 \text{ cm}$
- $AB = ?$
- $AO = ?$
- $BC = 8$



$$\frac{AB}{4} = \frac{5}{3}$$

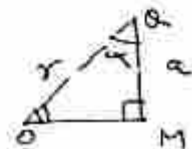
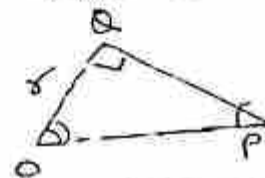
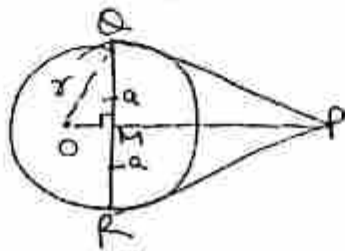
$$\frac{OA}{5} = \frac{5}{3}$$

$$AB = \frac{20}{3}$$

$$OA = \frac{25}{3}$$

90] PQ व PR किसी वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं।

- $r = r \text{ cm}$
- $OQ = a$
- $PQ = ?$



$$OM = \sqrt{r^2 - a^2}$$

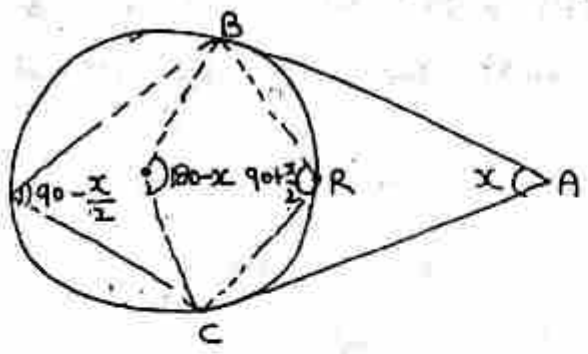
$$\frac{PQ}{a} = \frac{r}{\sqrt{r^2 - a^2}}$$

$$PQ = \frac{ar}{\sqrt{r^2 - a^2}}$$

Ans

91] AB व AC किसी वृत्त की दो स्पर्श रेखा हैं। खोली चाप BC पर r कोई बिन्दु है।

$$\angle BRC = 115^\circ \quad \angle A = ?$$

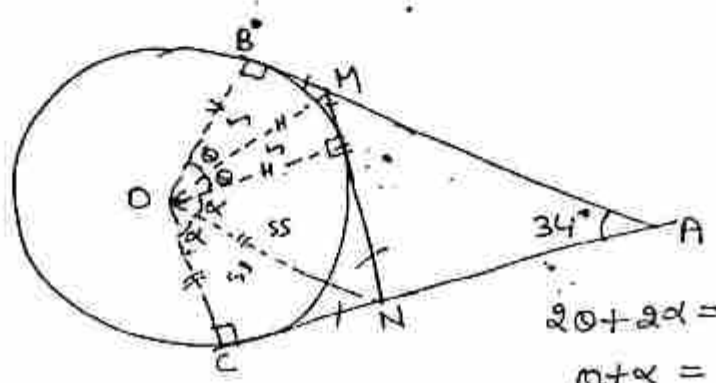


$\angle BRC = 90 + \frac{x}{2}$
 $90 + \frac{x}{2} = 115$
 $\frac{x}{2} = 25$
 $x = 50^\circ$



92 AB व AC किसी वृत्त की दो स्पर्श रेखा हैं। MN एक स्पर्श रेखा है जो AB व AC को M तथा N पर काटती है। जहाँ पर लाइन OA वृत्त को काटती है वहाँ पर MN स्पर्श नहीं करती।

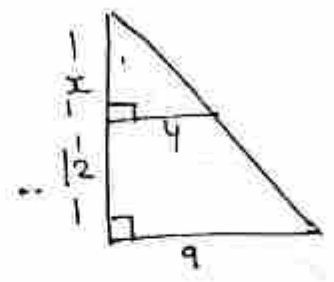
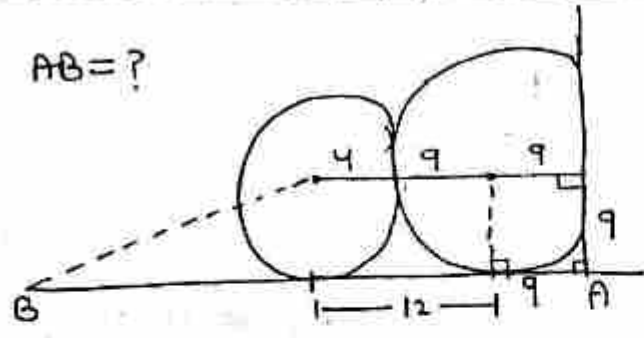
O → केन्द्र
 $\angle A = 34^\circ$
 $\angle MON = ?$



$20 + 2x = 146^\circ$
 $0 + x = 73^\circ$
 $\angle MON = 73^\circ$

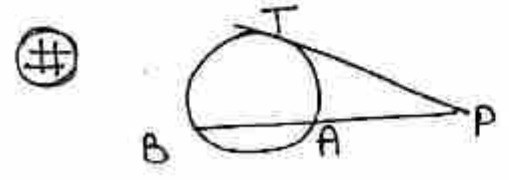


93 AB = ?



$\frac{x}{x+12} = \frac{4}{9}$
 $9x = 4x + 48$
 $5x = 48 \therefore x = 9.6$

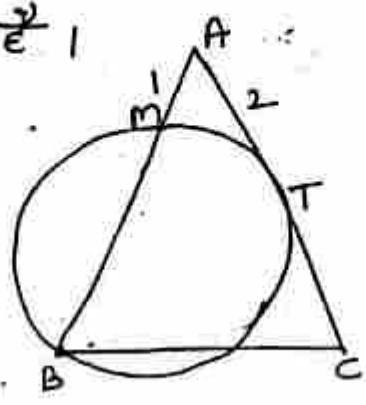
$AB = 12 + 9 + 9.6 = 30.6 \text{ cm.}$



$PT^2 = PA \cdot PB$

94 समद्विबाहु $\triangle ABC$ में से शीर्ष B से एक वृत्त खिंचा जाता है, जो AC के मध्य बिन्दु को स्पर्श करता है और AB को M पर काटता है।

$AB = AC$
 $AM : MB = ?$



$AB = AC = 4$ (माना)

$AT^2 = AM \times AB$

$AM = 1$

$AM : MB$
 $1 : 3$

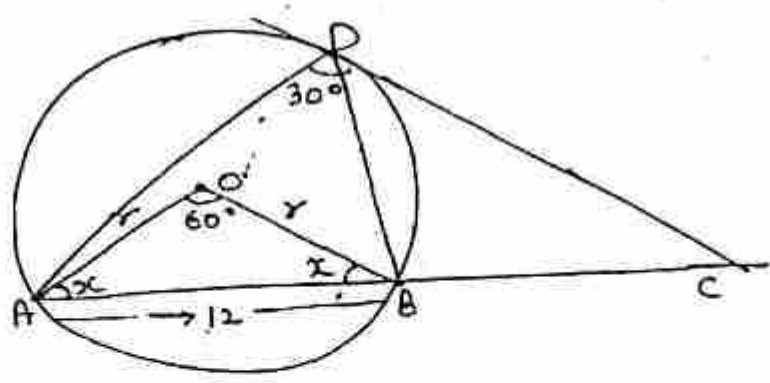


95 $BC = 4$

$\angle AOB = 30^\circ$

$r = 12$

$CD = ?$



$x + x + 60 = 180$

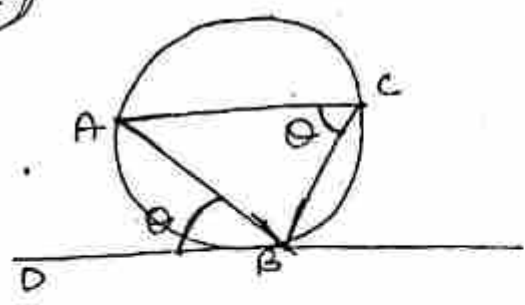
$x = 60$

$\therefore \triangle AOB$ एक समबाहु त्रिभुज है।

$CD^2 = CB \times CA$
 $CD^2 = 4 \times 16 = 64$

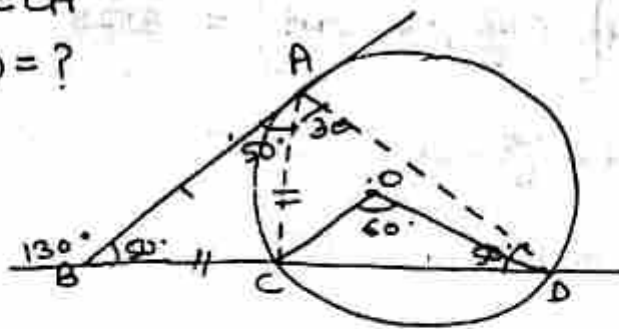
$CD = \sqrt{64}$
 $CD = 8$ Ans.

(#)



यदि चाप AB व स्पर्श रेखा BD मिलकर θ कोण बनाती है तो चाप द्वारा वृत्त के दूसरे हिस्से में बना कोण θ ही होगा।

96 $BC = CA$
 $\angle COD = ?$

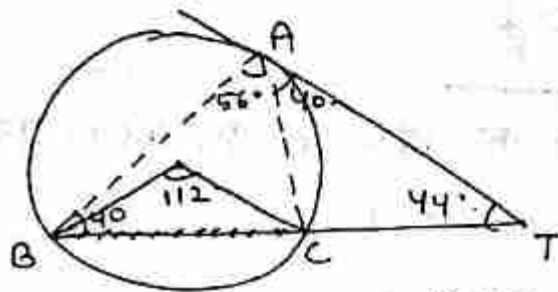


$\triangle ABD$
 $\angle B = 50^\circ, \angle D = 50^\circ$
 $\angle BAC = 50^\circ$
 $\therefore \angle CAD = 30^\circ$

111

97 A, B, C किसी वृत्त पर 3 बिन्दु हैं। एक स्पर्श रेखा वृत्त को A पर स्पर्श करती है और BC के बढ़े हुए भाग को T पर मिलती है। जीवा BC द्वारा केन्द्र पर बना कोण ज्ञात करो :

$\angle ATC = 44^\circ$
 $\angle CAT = 40^\circ$



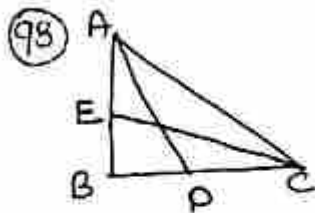
$$180 - (40 + 44 + 40) = 56^\circ$$

$\angle BOC = 112^\circ$

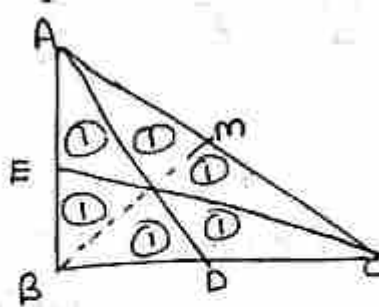


CLASS
56

BY Pardeep Choker
7206446517



D \rightarrow BC का मध्य बिन्दु
 E \rightarrow AB का मध्य बिन्दु
 $\triangle AFC$ क्षेत्र : $\triangle BDFC$ क्षेत्र = ?

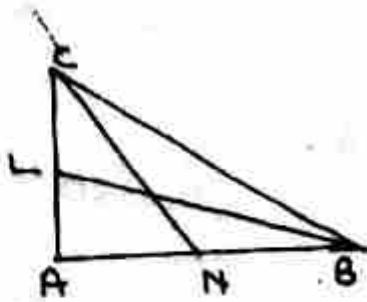


$$\frac{2}{2} = 1 : 1 \text{ Area}$$

99 $\triangle ABC$ में
 $\angle A = 90^\circ$, BL व CN दो माध्यिकाएँ
 $BC = 5$
 $BL = \frac{3\sqrt{5}}{2}$
 $CN = ?$

#

$$4(BL^2 + CN^2) = 5(BC)^2$$



$$4 \left[\left(\frac{3\sqrt{5}}{2} \right)^2 + CN^2 \right] = 5 \times 25$$

112

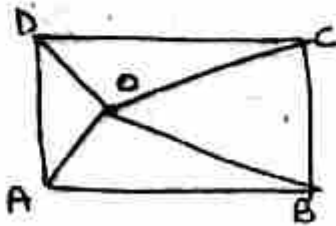
$$4 \left(\frac{45}{4} + CN^2 \right) = 125$$

$$45 + 4CN^2 = 125$$

$$4CN^2 = 80$$

$$CN^2 = 20 \quad \therefore CN = 2\sqrt{5}$$

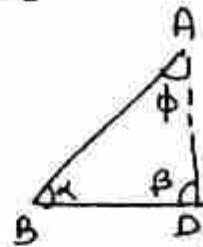
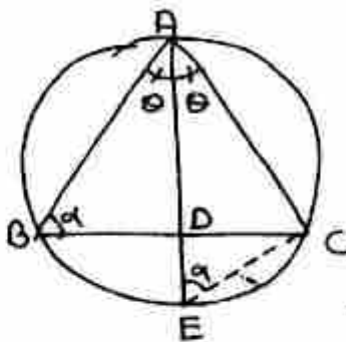
#



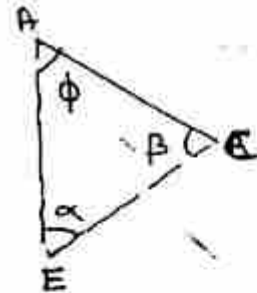
$$OD^2 + OB^2 = OA^2 + OC^2$$

100 $\triangle ABC$ में $\angle A$ का द्विभाजक BC को D पर तथा परिवृत्त को E पर काटता है।

$$AB \times AC + DE \times AE = ?$$



5



$$\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC}$$

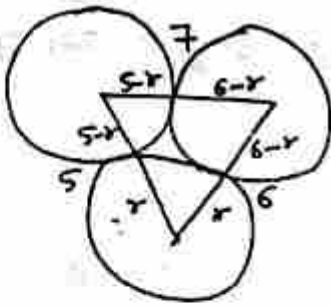
$$AB \times AC = (AE - DE) \times AE$$

$$= AE^2 - AE \times DE$$

$$AB \times AC + AE \times DE = AE^2 \quad \text{Ans}$$



101 3 वृत्त एक दूसरे को बाह्यतः स्पर्श करते हैं और उनके केंद्रों के बीच की दूरी 5cm, 6cm, 7cm है। तीनों वृत्तों की त्रिज्या ज्ञात करो ?



$$5-r + 6-r = 7$$

$$-2r = -4$$

$$r = 2$$

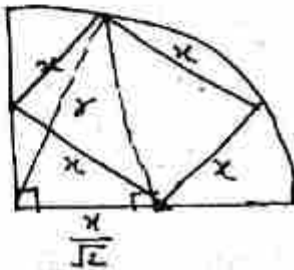
$$6-2 = 4$$

$$5-2 = 3$$



Any

102 किसी क्वार्टर (चतुर्थांश) वृत्त में एक वर्ग इस प्रकार बनाया गया कि इसके दो शीर्ष केंद्र से समान दूरी पर हैं तथा बाकी दो शीर्ष वृत्ताकार चाप पर हैं। यदि वर्ग की भुजा x cm हो तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो :



$$r^2 = \frac{x^2}{2} + 2x^2$$

$$r^2 = \frac{5x^2}{2}; \quad r = \sqrt{\frac{5}{2}} x \quad \text{Any}$$

103 ΔABC में D व E क्रमशः AC तथा BC के मध्य बिन्दु हैं

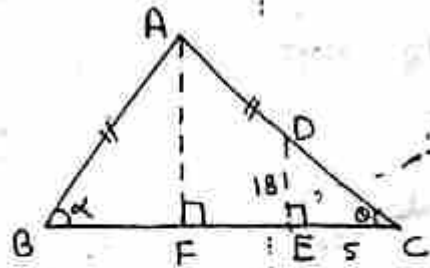
DE = 18

CE = 5

$\angle DEC = 90^\circ$

$\tan \angle ABC = 3.6$

AC : CD = ?



$\tan \theta = \frac{p}{b} = \frac{18}{5} = 3.6$

$\tan \alpha = 3.6$

$\tan \theta = \tan \alpha \therefore \theta = \alpha$

$\therefore AB = AC$

BF = FC

$FC = \frac{BC}{2}$

$\Delta AFC \sim \Delta DEC$

$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CF}$

$\frac{CD}{CA} = \frac{2CE}{BC}$

CA : CD =

BC : 2CE

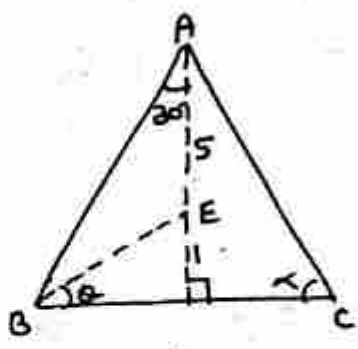
Any

- (A) BC : 2CE
- (B) 2CE : BC
- (C) 2BC : CE
- (D) CE : 2BC



104) $\triangle ABC$ में BC पर बिन्दु D और AD पर बिन्दु E इस प्रकार हैं

$AD \perp BC$
 $AE:ED = 5:1$
 $\angle BAD = 30^\circ$
 $\tan \angle ACB = 6 \tan \angle DBE$
 $\angle ACB = ?$



$\angle B = 60^\circ$

$$\tan \theta = \frac{1}{BD}$$

$$\tan \alpha = \frac{6}{DC}$$

$$\tan \alpha = 6 \tan \theta$$

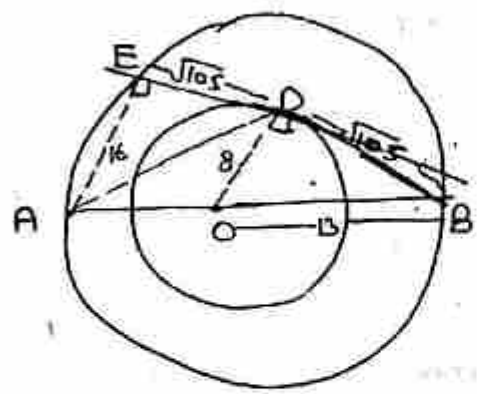
$$\frac{6}{DC} = \frac{6}{BD}$$

$$\boxed{DC = BD}$$

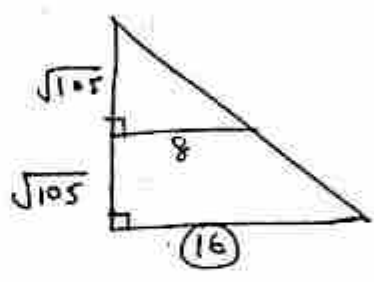
$\therefore AB = AC$
 $\therefore \angle B = \angle C$
 $\therefore \boxed{\angle C = 60^\circ}$ Ans



105) समान केन्द्र वाले दो वृत्तों की त्रिज्या 13cm व 8cm हैं AB बड़े वृत्त का व्यास है और BD छोटे वृत्त की स्पर्श रेखा है इसे D पर स्पर्श करती है और बड़े वृत्त को E पर काटती है A और D को जोड़ा गया। AP ज्ञात करो।



$$BD = \sqrt{105}$$

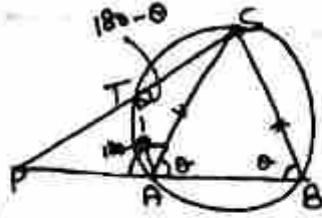
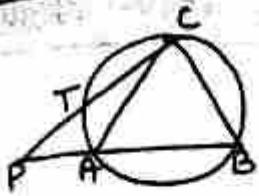


$$AD = \sqrt{(\sqrt{105})^2 + 16^2}$$

$$= \sqrt{105 + 256} = \sqrt{361}$$

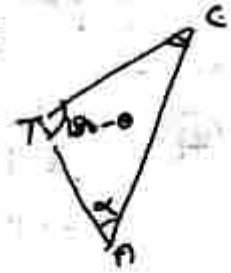
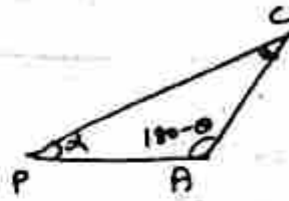
$\boxed{AD = 19}$ Ans

106 AC व BC दो जीवाएं हैं।



A) $CT:TP = AB:CA$

B) $CT:TP = CA:AB$



$$\frac{CT}{CA} = \frac{CA}{PC}$$

107 एक समद्विबाहु Δ में $\angle B = 90^\circ$. D त्रिभुज के अन्दर कोई बिन्दु है P और Q भुजा AB तथा AC पर कोई बिन्दु हैं -

$DP \perp AB$

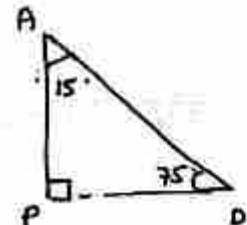
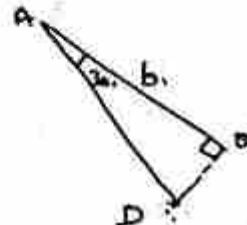
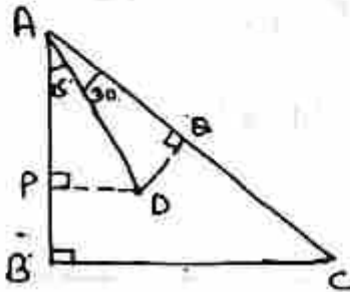
$DQ \perp AC$

$AP = a$

$AQ = b$

$\angle PAD = 15^\circ$

$\sin 75^\circ = ?$



$$\frac{AD}{b} = \sec 30^\circ$$

$$AD = \frac{2b}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 75^\circ = \frac{a}{AD} = \frac{a}{\frac{2b}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}a}{2b}$$

$$\sin 75^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2b} \quad \text{Ans}$$



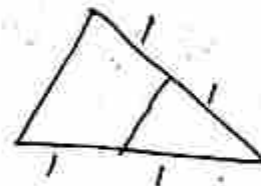
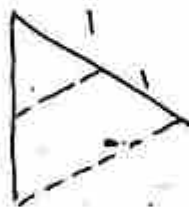
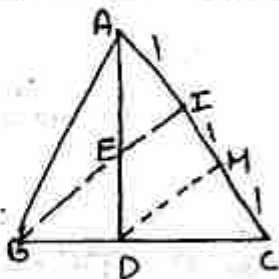
108 ΔABC में माध्यिका AD का मध्य बिन्दु E है। BE को बढ़ाने पर यह AC को I पर काटता है।

$AB = 18$

$AC = 15$

$BC = 20$

$CI = ?$



$$\begin{matrix} 3 \longrightarrow 15 \\ 1 \longrightarrow 5 \end{matrix}$$

$$CI = 10$$

⊕
 $4x + 3y = 12$
 $2x + 5y = 10$
 $x = \frac{15}{7}, y = \frac{8}{7}$

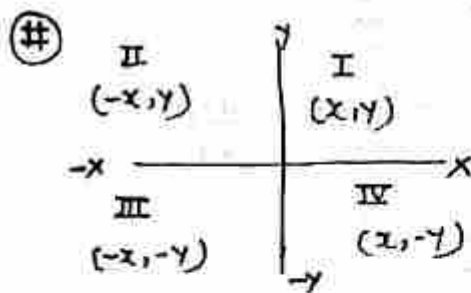
~~$(\frac{15}{7}, \frac{8}{7})$~~

⊕
 $a_1x + b_1y = c_1$
 $a_2x + b_2y = c_2$

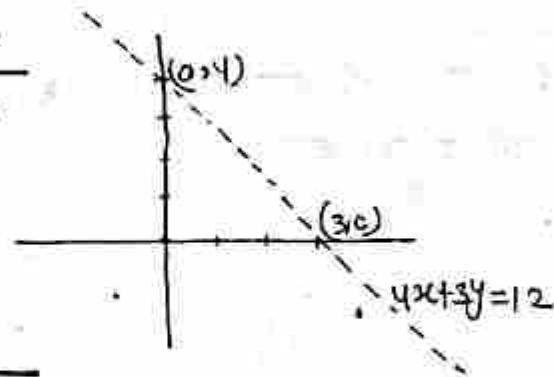
एक अद्वितीय हल $\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ X

कोई हल नहीं होगा $\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ==

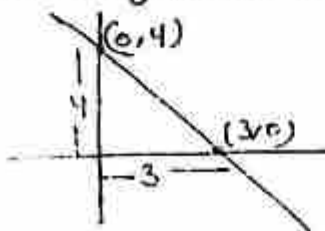
अनन्त हल होंगे $\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ —



① $4x + 3y = 12$
 $x = 0, y = 4 \Rightarrow (0, 4)$
 $y = 0, x = 3 \Rightarrow (3, 0)$



② रेखा $4x + 3y = 12$, x-axis, y-axis द्वारा बने Δ का क्षेत्र ज्ञात करो ।



Δ का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 3 \times 4$
 $= 6$ Ans

OR यदि किसी Δ की दो भुजाएं x-axis व y-axis हो तो यह एक समकोण त्रिभुज होगी.

4 $4x + 3y = 12$

12 से भाग देने पर

$$\frac{4x}{12} + \frac{3y}{12} = \frac{12}{12} \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$$

↙ आधार
↘ लम्ब

Δ का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ क्षेत्र

3 रेखा $8x + 6y = 60$, x-axis व y-axis द्वारा बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें

$8x + 6y = 60$

60 से भाग देने पर

$$\frac{8x}{60} + \frac{6y}{60} = \frac{60}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{7.5} + \frac{y}{10} = 1$$

↙ आधार
↘ लम्ब

Δ का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 7.5 \times 10 = 37.5$ क्षेत्र



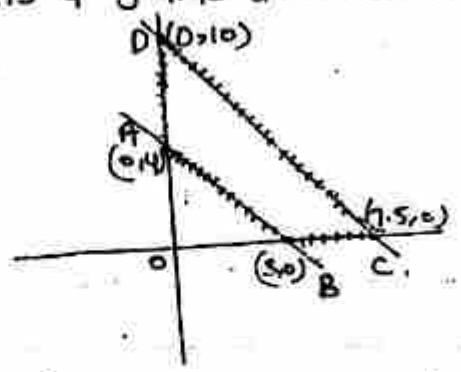
4 $8x + 6y = 60$, $4x + 3y = 12$, x-axis व y-axis द्वारा बने समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें

$8x + 6y = 60$

x	0	7.5
y	10	0

$4x + 3y = 12$

x	0	3
y	4	0



ΔOCD का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 10 \times 7.5 = 37.5$

ΔOAB का क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

$\square ABCD$ का क्षेत्र = $\Delta OCD - \Delta OAB$
 $= 37.5 - 6$
 $= 31.5$ क्षेत्र



5) $5x+3y=15$, $15x+9y=270$, x-axis व y-axis द्वारा बने

समलंब चतुर्भुज का क्षेत्र क्या होगा.

$15x+9y=270$ द्वारा बनी Δ का क्षेत्र

$$\frac{15x}{270} + \frac{9y}{270} = \frac{270}{270}$$

$$\frac{x}{18} + \frac{y}{30} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 18 \times 30 = 270$$

$5x+3y=15$ द्वारा बनी Δ का क्षेत्र.

$$\frac{5x}{15} + \frac{3y}{15} = \frac{15}{15} \Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 7.5$$

समलंब चतुर्भुज का क्षेत्र = $270 - 7.5 = 262.5$ Ans.



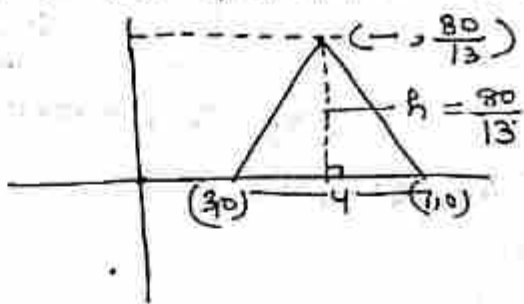
6) $4x+3y=12$, $5x+7y=35$ व x-axis द्वारा बने Δ का क्षेत्र क्या होगा

$$4x+3y=12$$

x	3	
y	0	

$$5x+7y=35$$

$$y=0, x=7$$



$$\left. \begin{array}{l} 4x+3y=12 \\ 5x+7y=35 \end{array} \right\} y = \frac{80}{13}$$

$$\Delta \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{80}{13} = \frac{160}{13} \text{ Ans}$$

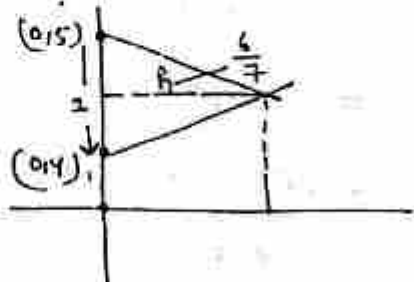
7) $x+2y=8$, $5x+3y=15$ व y-axis द्वारा बने Δ का क्षेत्र क्या होगा

$$x+2y=8$$

$$x=0, y=4 \Rightarrow (0,4)$$

$$5x+3y=15$$

$$x=0, y=5 \Rightarrow (0,5)$$



$$\left. \begin{array}{l} x+2y=8 \\ 5x+3y=15 \end{array} \right\} x = \frac{6}{7}$$

$$\Delta \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{6}{7} = \frac{3}{7} \text{ Ans}$$

8) $4x + 3y \geq 12$

$4x + 3y = 12$

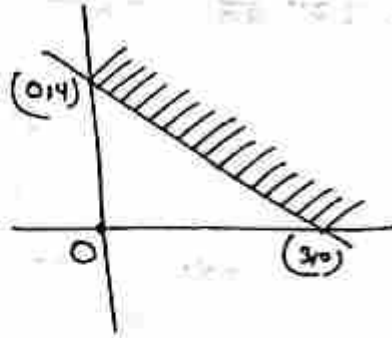
x	0	3
y	4	0

$4x + 3y \geq 12$

put $x=0, y=0$

$0+0 \geq 12$ (संतुष्ट नहीं करता, मतलब छाया उस भाग में बनेगी जिसमें $O(0,0)$ नहीं होगा)

↓ अगर यह सत्य होता तो छाया वहाँ बतती जिस भाग में $O(0,0)$ होगा.



9) $x \geq -y$

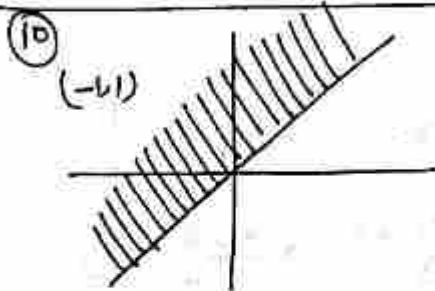
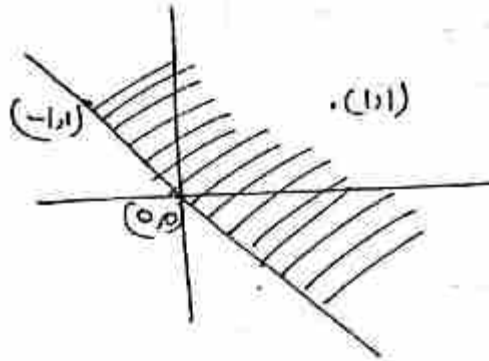
$x = -y$

x	y
0	0
-1	1

$x \geq -y$

put $x=1, y=1$

$1 \geq -1$ (सत्य, छाया उस भाग में बनेगी जहाँ $(1,1)$ होगा.)



इस लाइन के बिन्दु या तो दोनों +ve या दोनों -ve होंगे। So, option (c), (d) cancel.

option A : $x \geq y$
 $-1 \geq 1$ (X)

option B : ✓

put $x = -1, y = 1$
 (∵ in 2nd quadrant)
 to check the condition.

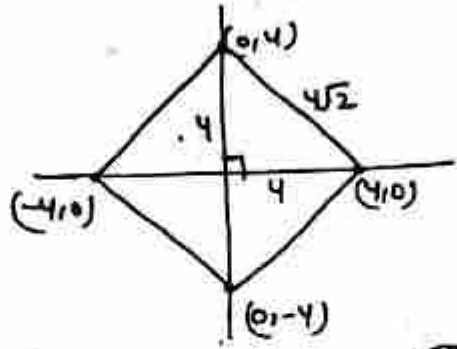
A) $x \geq y$ B) $x \leq y$

C) $x \geq -y$ D) $x \leq -y$



11) $|x| + |y| = 4$ द्वारा बनी आकृति का क्षेत्र ज्ञात करो

$x + y = 4$
 $-x + y = 4$
 $x - y = 4$
 $-x - y = 4$



$4\sqrt{2}$ भुजा वाला स्क्वार्स बनेगा
 क्षेत्र = $(4\sqrt{2})^2 = 32$ Ans

OR
 क्षेत्र = $2(4)^2$
 $= 32$ Ans

यदि $|x| + |y| = k$
 क्षेत्र = $2k^2$

यदि $|x| + y = k$
 या $|x| - y = k$
 क्षेत्र = k^2

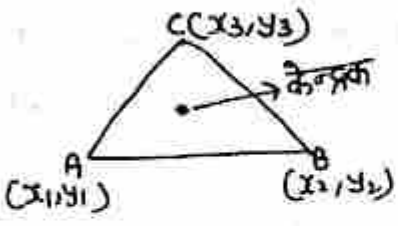
#



$AB = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$



#

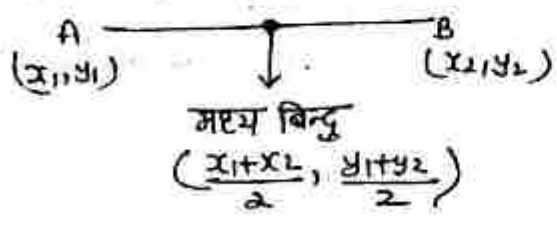


ΔABC का क्षेत्र =

$\frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$

केन्द्रक के क्षीर्ष = $(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3})$

#



12) एक समचतुर्भुज का चौथा शीर्ष ज्ञात करो यदि 3 शीर्ष $(-2, 3)$, $(3, 4)$, $(2, -7)$ हैं।

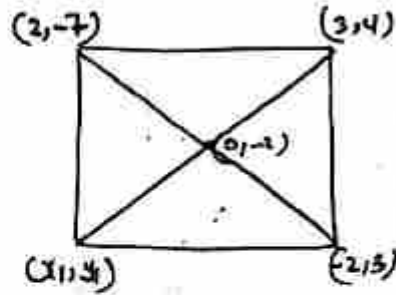
विकर्ण का मध्य बिन्दु =

$$\frac{2-2}{2}, \frac{-7+3}{2} \Rightarrow (0, -2)$$

\Rightarrow विकर्ण एक दूसरे को द्विभाजित करते हैं।

$$\frac{x_1+3}{2} = 0 \Rightarrow x_1 = -3$$

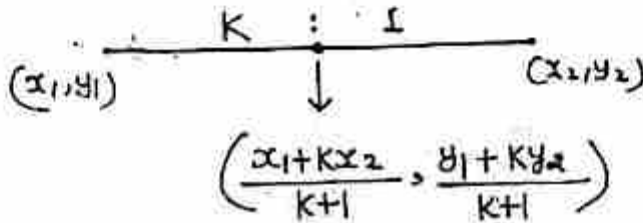
$$\frac{y_1+4}{2} = -2 \Rightarrow y_1 = -8$$



$(-3, -8)$ Ans



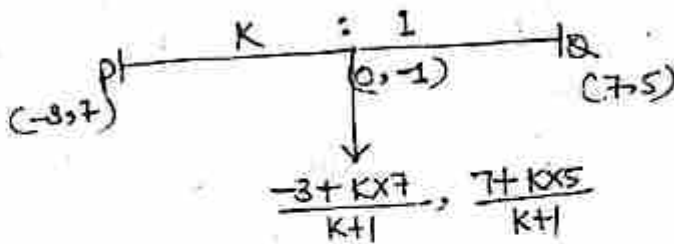
11)



13)



y -axis लाइन PQ को किस अनुपात में बाटेगा



$$\frac{-3+7K}{K+1} = 0 \quad (\text{y-axis पर } x=0)$$

$$-3+7K = 0$$

$$K = \frac{3}{7}$$

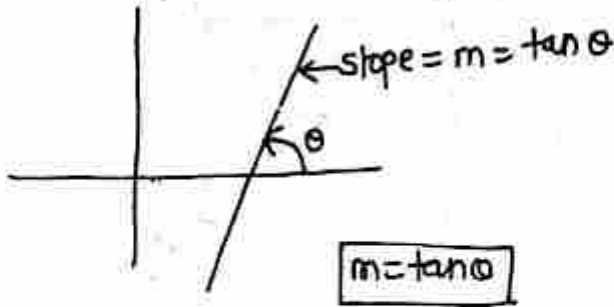
अभीष्ट अनुपात $\Rightarrow \frac{3}{7} : 1$

$\therefore 3 : 7$ Ans



प्रवणता (Slope)

#



$\theta \rightarrow$ anti clock wise लेना है

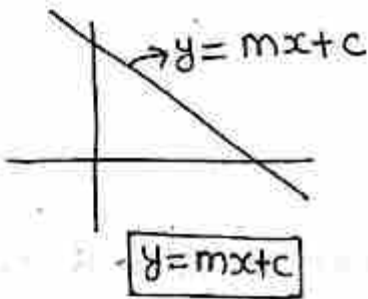
#



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



#



$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 12 \\ 3y &= -4x + 12 \\ y &= \left(-\frac{4}{3}\right)x + \frac{12}{3} \\ \text{Slope}(m) &= -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

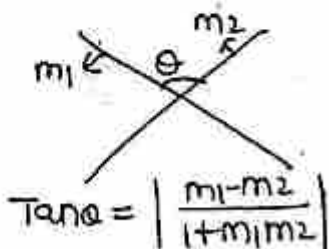
14) $\sqrt{3}y - 3x = 5$ slope ($\theta = ?$) ज्ञात करो ।

$$\begin{aligned} \sqrt{3}y &= 3x + 5 \\ y &= \frac{3}{\sqrt{3}}x + \frac{5}{\sqrt{3}} \\ y &= (\sqrt{3})x + \frac{5}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

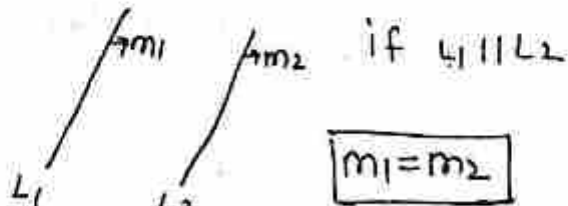
slope

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \sqrt{3} \\ \tan \alpha &= \tan 60^\circ \\ \alpha &= 60^\circ \quad \underline{\text{Ans}} \end{aligned}$$

#



#



15] $x - \sqrt{3}y = 5$ व $\sqrt{3}x + y = 7$ के बीच का कोण ज्ञात करो। 123

$$x - \sqrt{3}y = 5$$

$$\sqrt{3}y = x - 5$$

$$y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)x - \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$m_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3}x + y = 7$$

$$y = (-\sqrt{3})x + 7$$

$$m_1 = -\sqrt{3}$$

$$\tan \theta = \left| \frac{-\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + (-\sqrt{3})\frac{1}{\sqrt{3}}} \right|$$

$$\tan \theta = \infty = \tan 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 90^\circ$$



16] $4x + 3y = 16$ व $8x + 6y = 18$ के बीच लम्बवत दूरी ज्ञात करो

$$4x + 3y = 16$$

$$4x + 3y = 9$$

$$\text{लम्बवत दूरी} = \left| \frac{16-9}{\sqrt{4^2+3^2}} \right| = \frac{7}{5} \text{ Ans}$$

$$\begin{aligned} ax+by &= c_1 \\ ax+by &= c_2 \\ \text{लम्बवत दूरी} &= \left| \frac{c_1-c_2}{\sqrt{a^2+b^2}} \right| \end{aligned}$$

17] किसी बिन्दु $(-3, 2)$ और लाइन $3x + 4y = 16$ के बीच की लम्बवत दूरी ज्ञात करो।

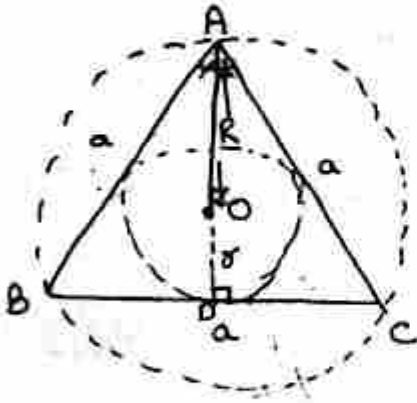
$$\text{लम्बवत दूरी} = \left| \frac{-9+8+16}{\sqrt{4^2+3^2}} \right|$$

$$= \frac{3+5}{5} = 3 \text{ Ans}$$

$$\text{लम्बवत दूरी} = \left| \frac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{a^2+b^2}} \right|$$



समबाहु त्रिभुज



क्षेत्र = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

अंघाई = $\frac{\sqrt{3}}{2} a$

$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$

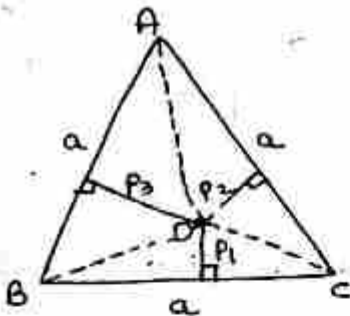
$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$

अन्तः केन्द्र
परिकेन्द्र
लम्ब केन्द्र
केन्द्रक

AD
मायिका
लम्ब विभाजक
अंघाई
कोण विभाजक

$\frac{\text{परिवृत्त का क्षेत्र}}{\text{अन्तःवृत्त का क्षेत्र}} = \frac{4}{1}$, $\frac{\text{परिवृत्त की त्रिज्या}}{\text{अन्तःवृत्त की त्रिज्या}} = \frac{2}{1}$

#



BDC क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times a \times P_1$

ADC क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times a \times P_2$

ABD क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times a \times P_3$

$\therefore \frac{1}{2} a P_1 + \frac{1}{2} a P_2 + \frac{1}{2} a P_3 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$a = \frac{2}{\sqrt{3}} (P_1 + P_2 + P_3)$

$\frac{\sqrt{3}}{2} a = P_1 + P_2 + P_3$



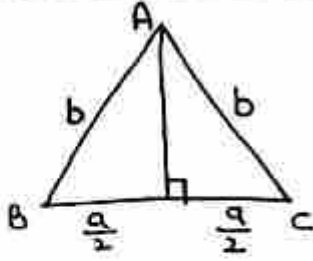
1) इस समबाहु त्रिभुज का क्षेत्र ज्ञात करो जिसमें किसी बिन्दु से तीन लम्ब $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$ डाले गए।

$a = \frac{2}{\sqrt{3}} (\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}) = 16$

क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 16 \times 16 = 64\sqrt{3}$ Ans



समद्विबाहु त्रिभुज

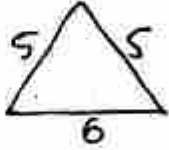


ऊंचाई = $\frac{1}{2} \sqrt{4b^2 - a^2}$

क्षेत्र = $\frac{a}{4} \sqrt{4b^2 - a^2}$

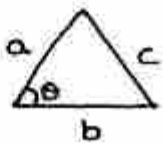


② इस त्रिभुज का क्षेत्र ज्ञात करो जिसकी भुजाएँ 5, 5 व 6 cm हैं।



क्षेत्र = $\frac{6}{4} \sqrt{100 - 36} \Rightarrow \frac{6}{4} \times 8 = 12 \text{ cm}^2$ Ans

विषमबाहु त्रिभुज



$S = \frac{a+b+c}{2}$

$r = \frac{A}{S}$

क्षेत्र = $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$R = \frac{abc}{4A}$

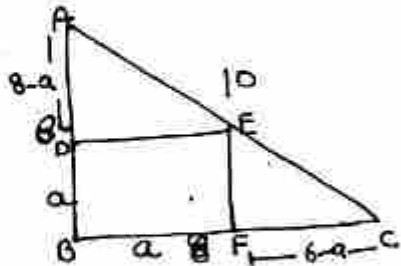
क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times a \times b \times \sin \theta$

③ 5, 6 और 7 cm भुजा वाले त्रिभुज का क्षेत्र ज्ञात करो

$S = \frac{5+6+7}{2} = 9$

क्षेत्र = $\sqrt{9 \times 4 \times 3 \times 2} = \sqrt{216} = 6\sqrt{6} \text{ cm}^2$

④ किसी समकोण त्रिभुज की भुजाएँ 6, 8, 10 cm हैं। इसके अन्दर बन सकने वाले बड़े से बड़े वर्ग का क्षेत्र ज्ञात करो।



$\Delta = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ cm}^2$

$\frac{1}{2} \times a \times (8-a) + \frac{1}{2} (6-a)a + a^2 = 24$

$\Rightarrow 7a - a^2 + a^2 = 24$

$a = \frac{24}{7}$

क्षेत्र = $\left(\frac{24}{7}\right)^2 = \frac{576}{49}$

किसी समकोण त्रिभुज में बनने वाले बड़े से बड़े वर्ग की भुजा \Rightarrow

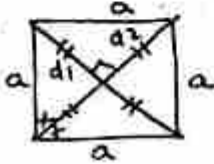
$a = \frac{\text{आधार} \times \text{लंब}}{\text{आधार} + \text{लंब}}$

OR $a = \frac{6 \times 8}{6+8} = \frac{48}{14} = \frac{24}{7}$

क्षेत्र = $(\frac{24}{7})^2 = \frac{576}{49}$ Ans.

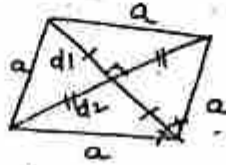
#

वर्ग



क्षेत्र = a^2
 परिमाप = $4a$
 $d_1 = d_2$

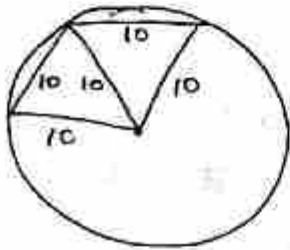
समचतुर्भुज



क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$
 परिमाप = $4a$
 $d_1 \neq d_2$
 क्षेत्र = $a^2 \sin \theta$

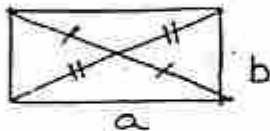


5) उस समचतुर्भुज का क्षेत्र ज्ञात करो जिसके 3 शीर्ष वृत्त की परिधि पर हैं तथा एक शीर्ष वृत्त के केन्द्र पर हैं। वृत्त की त्रिज्या = 10 cm.



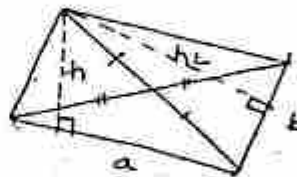
क्षेत्र = $2 \times (\frac{\sqrt{3}}{4} \times 10 \times 10)$
 = $50\sqrt{3}$ Ans.

आयत



क्षेत्र = $a \times b$
 परिमाप = $2(a+b)$

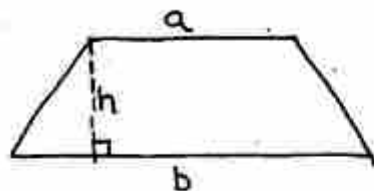
समानान्तर चतुर्भुज



क्षेत्र = $a \times h = b \times h$

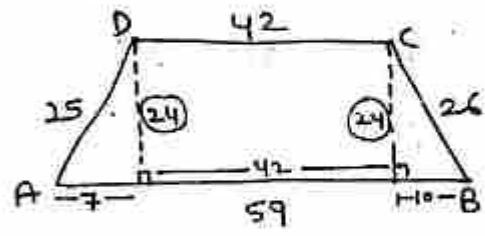


समलम्ब चतुर्भुज



क्षेत्र = $\frac{1}{2}(a+b) \times h$
 = 2 समानान्तर भुजाओं का औसत $\times h$.

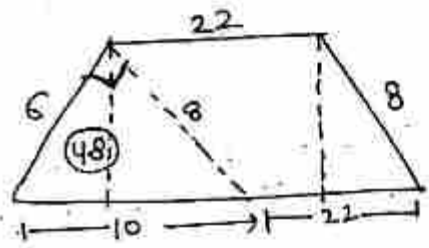
6)
 क्षेत्र ज्ञात करो:



त्रिभुज बन रहा है
 7, 24, 25
 10, 24, 26

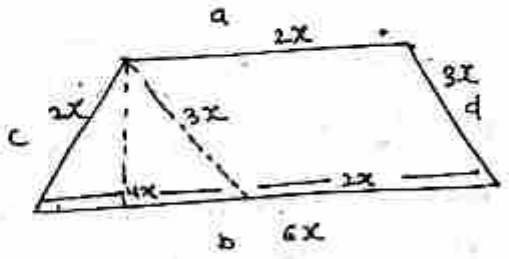
क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times (42+59) \times 24 = 1212 \text{ cm}^2$ अस

7)
 क्षेत्र = ?



क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times (22+32) \times 4.8 = 129.6$ अस

8) किसी समलम्ब चतुर्भुज में 2 समानान्तर भुजाओं का अनुपात 1:3 व असमानान्तर भुजाओं का अनुपात 2:3 है। यदि बड़ी समानान्तर भुजा तथा बड़ी असमानान्तर भुजा का अनुपात 2:1 है तो समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्र ज्ञात करो यदि इसकी ऊंचाई $\frac{15\sqrt{13}}{4}$ cm



$a : b : c : d$
 $1x : 3x : 2 : 3$
 $\downarrow \qquad \qquad \downarrow$
 $2 \qquad \qquad \qquad 1$
 $2x : 6x : 2x : 3x$

$\Delta \rightarrow 3 = \frac{2x+3x+4x}{2} = \frac{9x}{2}$

क्षेत्र (क्षेत्र) = $\sqrt{\frac{9x}{2} \times \frac{5x}{2} \times \frac{3x}{2} \times \frac{1x}{2}} = \frac{3x^2\sqrt{13}}{4}$

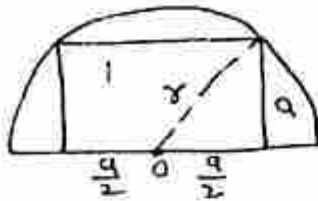
$$\therefore \frac{1}{2} \times 4x \times \frac{15\sqrt{5}}{4} = \frac{3x^2\sqrt{5}}{4}$$

$$x = 10$$



$$\text{समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (20+60) \times \frac{15\sqrt{5}}{4} = 150\sqrt{5} \text{ Ans}$$

- 9) 8 cm त्रिज्या वाले किसी अर्धवृत्त में बनने वाले बड़े से बड़े वर्ग की भुजा ज्ञात करो।



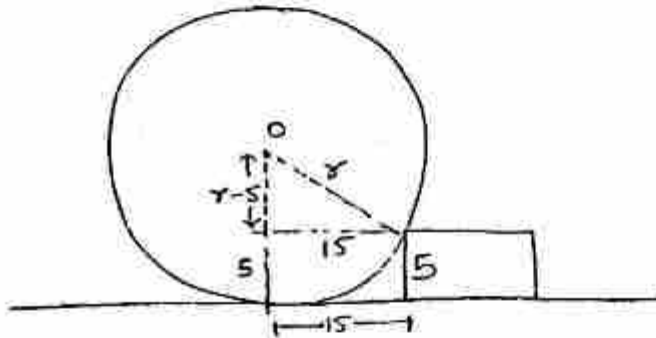
$$r^2 = a^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$r = \frac{\sqrt{5}}{2} a$$

$$a = \frac{2r}{\sqrt{5}} \text{ Ans}$$



- 10) एक पहिये के आगे 5 cm की एक ईंट रखी गई। ईंट से पहिये के बीच की दूरी (जहाँ पर पहिये ने जमीन को स्पर्श किया हुआ है) 15 cm है। पहिये की त्रिज्या ज्ञात करो।

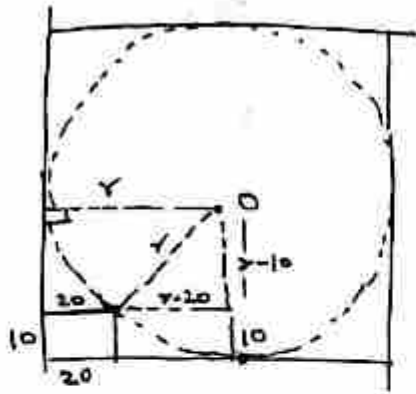


$$r^2 = (r-5)^2 + 15^2$$

$$r = 25$$



- 11) किसी वर्ग के अन्दर बनने वाले बड़े से बड़े वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करो। यदि वर्ग के कोने में वर्ग और वृत्त के बीच खाली जगह में 20 cm लम्बा और 10 cm चौड़ा एक आयत बनाया जाए। आयत के तीन शीर्ष वर्ग पर तथा एक शीर्ष वृत्त की परिधि पर हैं।

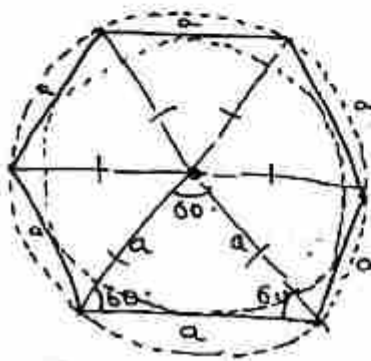


$$r^2 = (r-10)^2 + (10)^2$$

$$r = 50$$



षटभुज



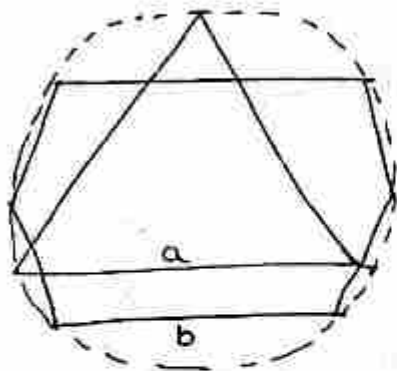
$$\text{क्षेत्रफल} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

परिवृत्त की त्रिज्या (R) = a

अन्तःवृत्त की त्रिज्या (r) = $\frac{\sqrt{3}}{2} a$

(12) किसी वृत्त के अन्दर बनने वाले समबाहु त्रिभुज और षटभुज की भुजाओं की लम्बाई का अनुपात क्या होगा



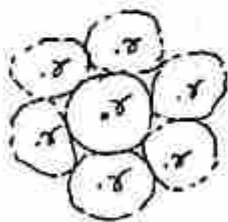
$$r = \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ (}\Delta \text{ से)}$$

$$r = b \text{ (षटभुज से)}$$

$$\frac{a}{\sqrt{3}} = b \quad \therefore \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{1} \text{ सिद्ध}$$



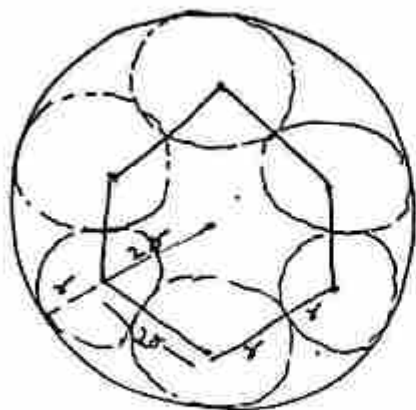
#



r cm त्रिज्या वाले किसी वृत्त के चारों ओर समान त्रिज्या के 6 वृत्त बनाए जा सकते हैं जो वास्तविक वृत्त को और 2 और वृत्त को स्पर्श करेंगे ।

13

130



$$R = 10$$

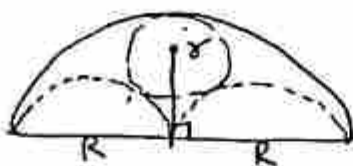
$$r = ?$$



$$3r = 10$$

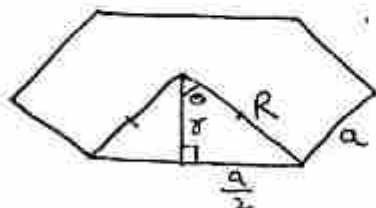
$$r = \frac{10}{3} \text{ Ans}$$

#



$$r = \frac{R}{2}$$

#



किसी भी बहुभुज की परिवृत्त की त्रिज्या

$$R = \frac{a}{2} \operatorname{cosec} \frac{180^\circ}{n}$$

किसी भी बहुभुज की अन्तःवृत्त की त्रिज्या

$$r = \frac{a}{2} \cot \frac{180^\circ}{n}$$

n भुजाओं वाले किसी भी बहुभुज का क्षेत्र = $\frac{n a^2}{4} \cot \frac{180^\circ}{n}$

#



सभी अन्तः कोणों का योग = $(n-2) \times 180^\circ$

प्रत्येक अन्तः कोण = $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

सभी बाह्य कोणों का योग = 360°

प्रत्येक बाह्य कोण = $\frac{360^\circ}{n}$

विकर्णों की संख्या = $\frac{n(n-3)}{2}$





14) किसी बहुभुज के भुजाओं की संख्या ज्ञात करो यदि इसके विकर्णों की संख्या 27 है तो -

$$\frac{n(n-3)}{2} = 27$$

$$n(n-3) = 54$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 9 & \times & 6 \end{matrix}$$

$$\therefore n=9 \text{ Ans}$$



15) किसी बहुभुज में प्रत्येक बाह्य व अन्तः कोण का अनुपात 2:3 है। भुजाओं की संख्या ज्ञात करो।

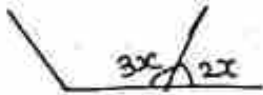
$$5x = 180 - 2x \quad (\text{अन्तः} + \text{बाह्य} = 180)$$

$$x = 36$$

$$2x = 72^\circ$$

$$\frac{360}{n} = 72^\circ$$

$$\boxed{n=5}$$



16) 10 cm भुजा वाले किसी वर्ग के कोनों को काटकर अष्टभुज बनाया गया। अष्टभुज की भुजा ज्ञात करो।

$$(*) \text{ किसी अष्टभुज का क्षेत्रफल} = 2a^2(1 + \sqrt{2})$$

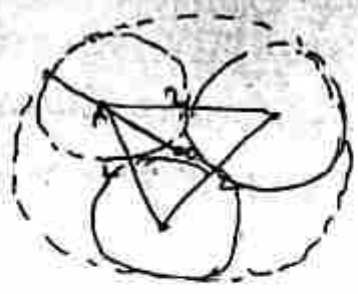
$$(*) \text{ वर्ग की भुजा} = \text{अष्टभुज की भुजा} (\sqrt{2} + 1)$$

$$10 = \text{अष्टभुज की भुजा} (\sqrt{2} + 1)$$

$$\text{अष्टभुज की भुजा} = \frac{10}{(\sqrt{2} + 1)} \text{ Ans}$$



17) 1 cm त्रिज्या वाले 3 वृत्त एक दूसरे पर बाह्य स्पर्श करते हैं तीनों वृत्तों के बाहर बनने वाले परिवृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करो।



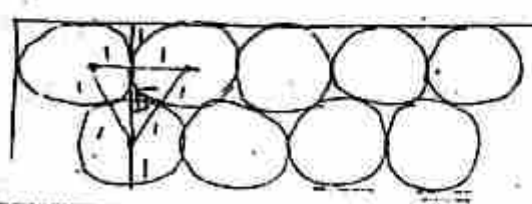
$$R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ (A0)}$$



$$\frac{2}{\sqrt{3}} + 1 = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{क्षेत्र} = \pi R^2 = \pi \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right)^2$$

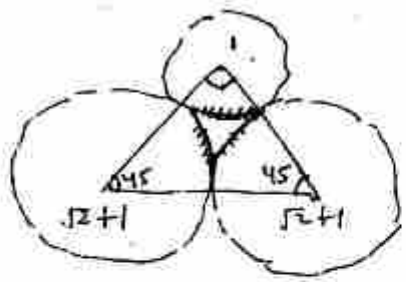
18) किसी आयताकार शीट की लं० 10 cm है। इसकी कम से कम चौड़ाई क्या होगी ताकि इसमें से 1 cm त्रिज्या की 9 वृत्ताकार शीट काटी जा सके।



$$\text{ऊंचाई} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

$$\text{क्षेत्र} = (2 + \sqrt{3}) \pi r^2$$

19) 1 cm, $(\sqrt{2} + 1)$ cm, $(\sqrt{2} + 1)$ cm त्रिज्या वाले तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्या स्पर्शा करते हैं। उनके बीच की common चाप की लंबाई ज्ञात करो।



$$\text{Arc} = \frac{\theta}{180} \pi r$$

$$\frac{90}{180} \pi (1) + \frac{45}{180} \pi (\sqrt{2} + 1) \times 2$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} (\sqrt{2} + 1)$$

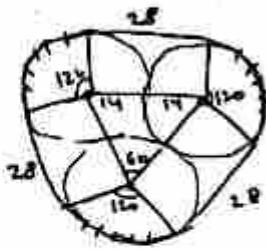
$$\frac{\pi}{2} [1 + \sqrt{2} + 1]$$

$$= \frac{\pi}{2} [2 + \sqrt{2}] \text{ Ans}$$

सिर्फ दो परिस्थितियों में चाप निकाल सकते हैं
या तो Δ समबाहु हो
या फिर समकोण समद्विबाहु हो।



(20) उस छोटे से छोटे रबर बैंड की लम्बाई ज्ञात करो जो 14 cm त्रिज्या वाले तीन वृत्तों को बांध सकता है।




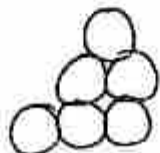
$$\frac{120}{180} \times \pi \times 14 \times 3 = 88$$

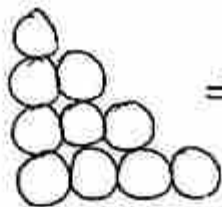
$$28 \times 3 = 84$$

∴ रबर बैंड की लं० = 88 + 84 = 172 cm.

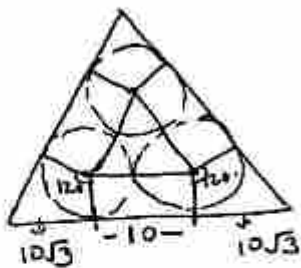


(#)  ⇒ रबर बैंड की लं० = 3D + 3πr

 ⇒ रबर बैंड की लं० = 6D + 2πr

 ⇒ रबर बैंड की लं० = 9D + πr

(21) त्रिज्या = 10 त्रिभुज का परिमाप ज्ञात करो

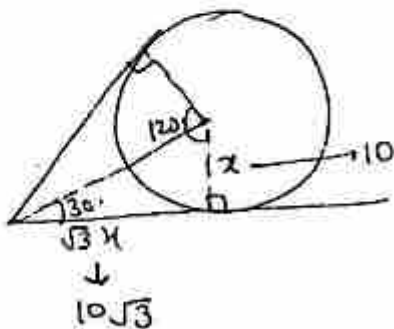


परिमाप =

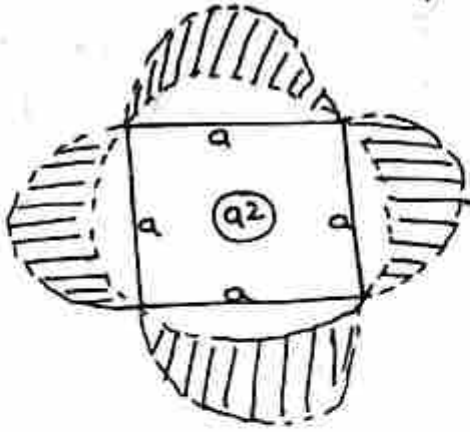
$$3(20 + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3})$$

$$60 + 60\sqrt{3}$$

$$60(1 + \sqrt{3}) \text{ Ans.}$$

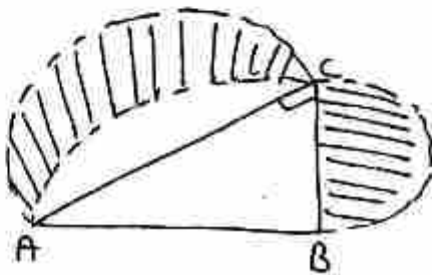


#



छायांकित भाग का क्षेत्र = a^2 (वर्ग का क्षेत्र)
जिस पर बना हुआ है

22

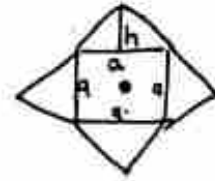
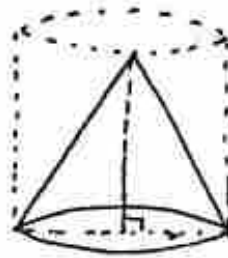
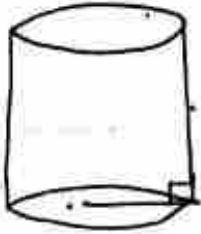


$\angle ABC$ का क्षेत्र = 50
छायांकित भाग का क्षेत्र
जात करो.

\therefore छायांकित भाग का क्षेत्र = 50 Ans

By Rakesh Yadav Chhoker
7060767

प्रिज्म



आयतन = आधार क्षेत्र \times ऊँचाई
 पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्र = आधार परिमाप \times h
 कुल पृष्ठीय क्षेत्र = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्र
 + 2. आधार क्षेत्र

आयतन = $\frac{1}{3} \times$ आधार क्षेत्र \times ऊँचाई
 पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्र = $\frac{1}{2} \times$ आधार परिमाप \times तिर्यक ऊँचाई
 कुल पृष्ठीय क्षेत्र = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्र +
 आधार का क्षेत्र

① प्रिज्म का आयतन ज्ञात करो जिसका आधार 10 cm मुजा वाला एक अठ्ठभुज है और प्रिज्म की ऊँचाई 63 cm है।

$$\begin{aligned} \text{आयतन} &= \text{आधार क्षेत्र} \times h \\ &= 2 \times 10 \times 10 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + 1 \right) \times 63 \end{aligned}$$

② किसी प्रिज्म का आधार एक त्रिभुज है जिसकी मुजाएँ 5, 12 व 13 cm हैं और इसका आयतन 450 cm^3 है। इसका कुल पृष्ठीय क्षेत्र ज्ञात करो।

$$\begin{array}{l|l} 450 = 30 \times H & \text{T.S.A} = 30 \times 15 + 2 \times 30 \\ H = 15 \text{ cm} & = 510 \text{ cm}^2 \end{array}$$

③ किसी प्रिज्म का आधार एक त्रिभुज है जिसकी परिमाप 45 है और इसके अन्तः वृत्त की त्रिज्या 9 cm है। यदि इसका आयतन 810 cm^3 हो तो कुल पृष्ठीय क्षेत्र ज्ञात करो।

$r = \frac{A}{s}$, $q = \frac{A}{\frac{45}{2}}$ $\therefore \Delta$ का क्षेत्र (A) = $9 \times \frac{45}{2}$

आयतन = आ. क्षेत्र \times H

$810 = 9 \times \frac{45}{2} \times H$

H = 4

कुल पृ. क्षेत्र = $45 \times 4 + 2 (9 \times \frac{45}{2})$

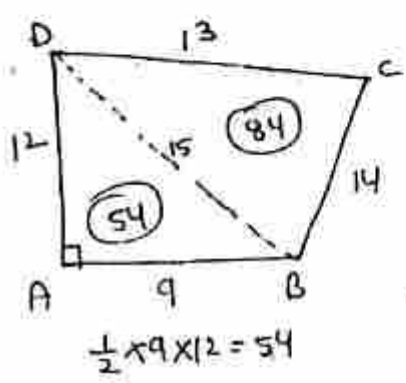
= $180 + 405$

= 585 cm^2



4) किसी प्रिज्म का आधार एक चतुर्भुज ABCD है। प्रिज्म का आयतन 2070 cm^3 है। इसका पार्श्व पृ. क्षेत्र ज्ञात करो

- AB = 9
- BC = 14
- CD = 13
- AD = 12
- $\angle A = 90^\circ$



आयतन = आ. क्षेत्र \times h

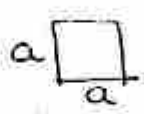
आ. क्षेत्र = $54 + 84 = 138$

$2070 = 138 \times h$

h = 15

पार्श्व पृ. क्षेत्र = आ. परिमाप \times h
 = $48 \times 15 = 720 \text{ cm}^2$

5) एक वर्गाकार आधार वाले प्रिज्म की ऊंचाई 15 cm है। यदि इसका कुल पृ. क्षेत्र 608 cm^2 है तो इसका आयतन ज्ञात करो।



कुल पृ. क्षेत्र = 608

$4a \times 15 + 2a^2 = 608$

$30a + a^2 = 304$

$a(30 + a) = 304$

\downarrow \downarrow \therefore **a = 8**

\therefore आयतन = $64 \times 15 = 960 \text{ cm}^3$

6) किसी प्रिज्म का आधार एक नियमित षट्भुज है और इसकी ऊंचाई 10 cm है। यदि इसका कुल पृ. क्षेत्र $156\sqrt{3} \text{ cm}^2$ है तो इसका आयतन ज्ञात करो :-

$$6a \times 10 + 2 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 15\sqrt{3}$$

$$20a + \sqrt{3}a^2 = 5\sqrt{3}$$

$$a(20 + \sqrt{3}a) = 5\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3}(20 + \sqrt{3} \times 2\sqrt{3}) = 5\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} \times 26 = 5\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 2\sqrt{3}$$

$$\text{आयतन} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (2\sqrt{3})^2 \times 10$$

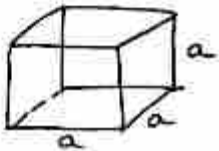
व का कुल मान रखो जैसे

$$a = \sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}$$

" क्योंकि $\sqrt{3}a$ का root खत्म करना है नहीं तो add नहीं होगा.



घन



$$\text{आयतन} = a^3$$

$$\text{पार्श्व पृष्ठ क्षेत्र} = 4a^2$$

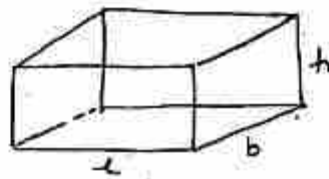
$$\text{कुल पृष्ठ क्षेत्र} = 6a^2$$

$$\text{विकर्ण (D)} = \sqrt{3}a$$

$$r = \frac{a}{2}$$

$$R = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

धनाभ



$$\text{आयतन} = l b h$$

$$\text{पार्श्व पृष्ठ क्षेत्र} = 2(l+b) \times h$$

$$\text{कुल पृष्ठ क्षेत्र} = 2(lb + bh + hl)$$

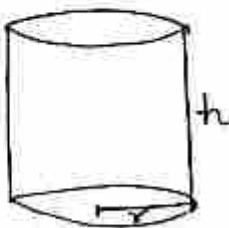
$$D = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$

⊗ एक धनाभ को यदि अर्धगोले में बसा जाए तो अर्धगोले की त्रिज्या

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{4h^2 + l^2 + b^2}$$



बेलन



$$\text{आयतन} = \pi r^2 h$$

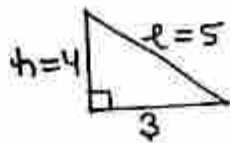
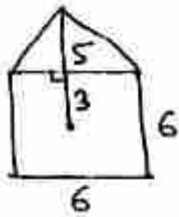
$$\text{वर्क पृष्ठ क्षेत्र} = 2\pi r h$$

$$\text{कुल पृष्ठ क्षेत्र} = \text{वर्क पृष्ठ क्षेत्र} + 2\pi r^2$$

$$= 2\pi r(r+h)$$

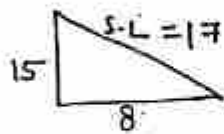
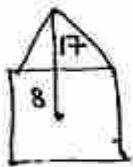
- 7) किसी पिरामिड का आयतन ज्ञात करो जिसका आधार $2\sqrt{3}$ भुजा वाला एक षट्भुज है और पिरामिड की ऊंचाई 15 cm है।
 $\text{Vol.} = \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 12 \times 15 = 90\sqrt{3} \text{ cm}^3$

- 8) किसी पिरामिड का आयतन ज्ञात करो जिसका आधार 6 cm भुजा वाला एक वर्ग है और इसकी तिर्यक ऊंचाई 5 cm है।



$$\begin{aligned} \text{आयतन} &= \frac{1}{3} \times 36 \times 4 \\ &= 48 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

- 9) किसी पिरामिड का कुल पृ० क्षेत्र ज्ञात करो जिसकी ऊंचाई 15 cm और आधार 16 cm भुजा का एक वर्ग है।

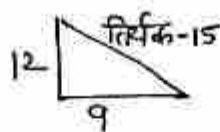
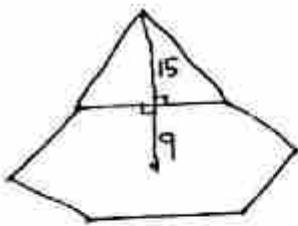


$$\begin{aligned} \text{कुल पृ० क्षेत्र} &= \frac{1}{2} \times 64 \times 17 + 256 \\ &= 800 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

* बृक्षके अन्दर बने अन्तःवृत्त की त्रिज्या = $\frac{a}{2}$



- 10) किसी पिरामिड का आधार $6\sqrt{3}$ cm भुजा वाला एक षट्भुज और ऊंचाई 12 cm है। पिरामिड का कुल पृ० क्षेत्र ज्ञात करो।



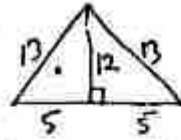
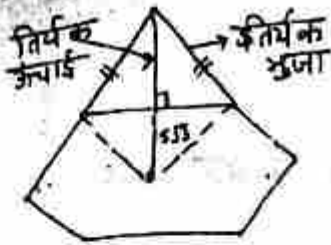
$$r = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3} = 9$$

$$\text{आधार क्षेत्र} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 \times 6 = 162\sqrt{3}$$

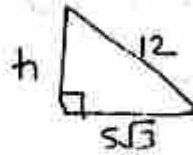
$$\text{वक्र पृ० क्षेत्र} = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} \times 15 = 270\sqrt{3}$$

$$\text{कुल पृ० क्षेत्र} = 270\sqrt{3} + 162\sqrt{3} = 432\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

- 11) किसी पिरामिड का आधार 10 cm भुजा वाला एक षट्भुज है और जिसकी एक तिर्यक भुजा 13 cm है। पिरामिड का आयतन ज्ञात करो ?



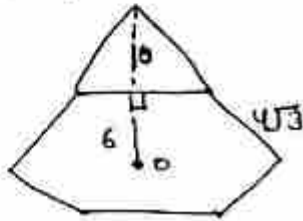
तिर्यक ऊंचाई = 12



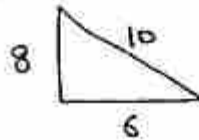
$h = \sqrt{144 - 75} = \sqrt{69}$

आयतन = $\frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 10 \times 10 \times \sqrt{69} = 50\sqrt{207}$

12) किसी पिरामिड का आधार $4\sqrt{3}$ भुजा वाला एक षट्भुज है और इसकी तिर्यक ऊंचाई 10 cm है। पिरामिड का आयतन ज्ञात करो।



$r = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$

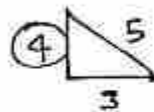
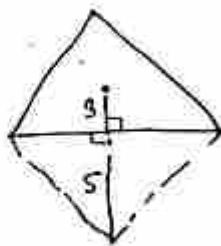


$\therefore h = 8$



आयतन = $\frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 48 \times 8 = 192\sqrt{3}$

13) किसी पिरामिड का आधार $6\sqrt{3}$ भुजा की एक समबाहु Δ है। यदि इसकी तिर्यक ऊंचाई 5 cm है तो आयतन ज्ञात करो।



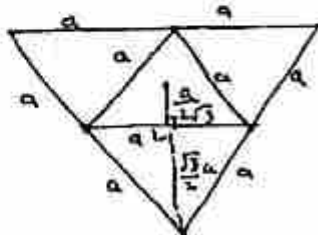
$r = \frac{6\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 3$

$h = 4$

आयतन = $\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 108 \times 4 = 36\sqrt{3}$



समचतुर्भुजफलक



ऊंचाई = $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} a$

आयतन = $\frac{\sqrt{2}}{12} a^3$

पार्श्व पृष्ठ क्षेत्र = $\frac{3\sqrt{3}}{4} a^2$

कुल पृष्ठ क्षेत्र = $\sqrt{3} a^2$

तिर्यक ऊंचाई = $\frac{\sqrt{3}}{2} a$

तिर्यक भुजा = a

14) एक समचतुर्भुज का आयतन ज्ञात करो जिसकी ऊंचाई $2\sqrt{3}$ cm है।

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} a = 2\sqrt{3}$$

$$a = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

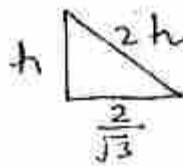
$$\text{आयतन} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \times \frac{6 \times 6 \times 6}{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm}^3$$

15) किसी पिरामिड का आधार एक समबाहु Δ है जिसकी भुजा 4 cm है। इसकी तिर्यक ऊंचाई इसकी ऊंचाई का दुगुना है।

आयतन ज्ञात करो।



$$r = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad (\text{आधार की लंब})$$



$$h^2 + \frac{4}{3} = 4h^2$$

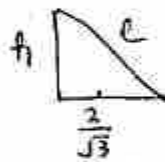
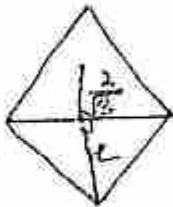
$$3h^2 = \frac{4}{3}$$

$$h^2 = \frac{4}{9}$$

$$h = \frac{2}{3}$$

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{9} \sqrt{3} \text{ Ans}$$

16) किसी पिरामिड का आधार एक समबाहु Δ है जिसकी भुजा 4 cm है। यदि इसका कुल पृष्ठ क्षेत्र इसका आयतन का 3 गुना है तो आयतन ज्ञात करो :



$$l^2 = h^2 + \frac{4}{3}$$



$$\text{कुल पृष्ठ क्षेत्र} = 3 \times \text{आयतन}$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times l + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4 = 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4 \times h$$

$$2l + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}h$$

$$3l + 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}h$$

$$3l = 2\sqrt{3}(h-1)$$

का करने पर

$$9h^2 = 12(h^2 + 1 - 2h)$$

$$9(h^2 + \frac{4}{3}) = 12(h^2 + 1 - 2h)$$

$$9h^2 + \frac{12}{3} = 12h^2 + \frac{12}{3} - 24h$$

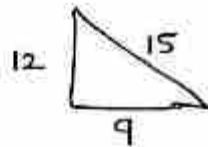
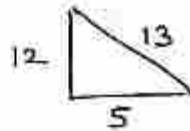
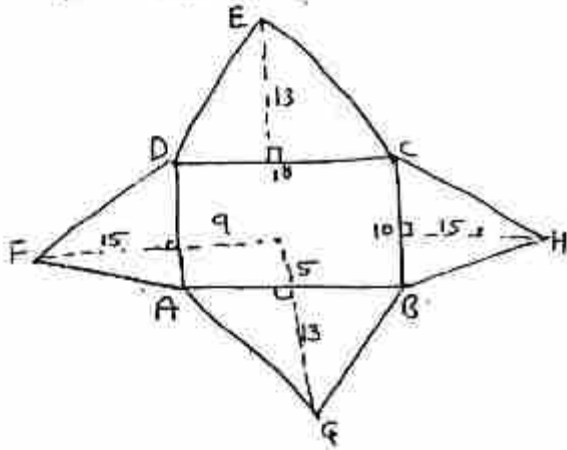
$$3h^2 = 24h$$

$$h = 8$$

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4 \times 8 = \frac{32\sqrt{3}}{3} \text{ Ans.}$$



- 17) किसी पिरामिड का आधार एक आयत है जिसकी लम्बाई व चौड़ाई 18 cm व 10 cm हैं। यदि पिरामिड की ऊँचाई 12 cm हो तो कुल पृ. क्षेत्र ज्ञात करो



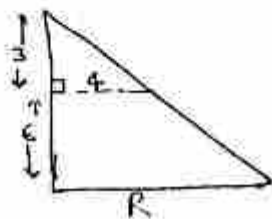
$$2 \times \frac{1}{2} \times 18 \times 13 + 2 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 15$$

ΔDEC व ΔABG का क्षेत्र
 ΔFDA व ΔBCH का क्षेत्र

$$\text{कुल पृ. क्षेत्र} = 384 + 18 \times 10 = 564 \text{ cm}^2$$

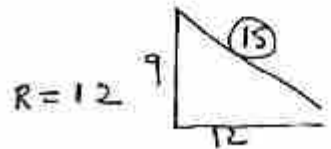
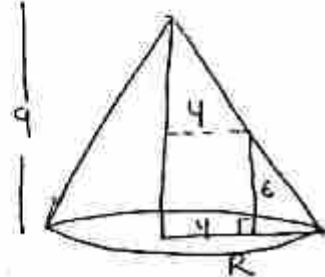
$$\Rightarrow 234 + 150 = 384 = \text{कुल पृ. क्षेत्र}$$

- 18) किसी शंकुआकार टैंक की ऊँचाई 9 m है। इसके केन्द्र से 4 m दूर 6 m ऊँचाई की एक छड़ी रखी गई जो टैंक की सतह को स्पर्श करती है टैंक का कुल पृ. क्षेत्र ज्ञात करो।



$$\frac{3}{9} = \frac{4}{R}$$

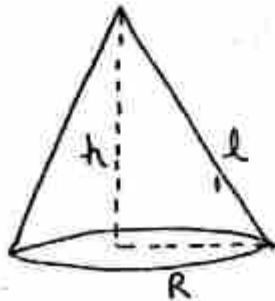
$$\therefore R = 12$$



$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 12^2 \times 9 = 432\pi$$

$$\text{वक्र पृष्ठीय} = \frac{22}{7} \times 12 \times 15 = 180\pi$$

##



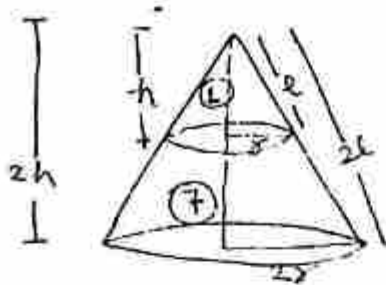
$$\begin{aligned} \text{आयतन} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ \text{वक्र पृष्ठीय} &= \pi r l \\ \text{कुल पृष्ठीय} &= \pi r (r + l) \end{aligned}$$



यदि शंकु को उसके आधार के समानान्तर काटा जाय तो

	चोटा शंकु	:	बड़ा शंकु
ऊँचाई / तिर्यक ऊँचाई / क्रिया →	x	:	y
आयतन →	x ³	:	y ³

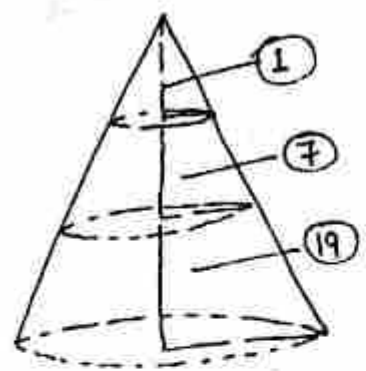
19 एक शंकु को उसके आधार के समानान्तर इस प्रकार काटा गया कि दोनों हिस्सों की ऊँचाई समान हैं। दोनों हिस्सों के आयतनों का अनुपात ज्ञात करो।



	चोटा शंकु	:	बड़ा शंकु
आयतन =	$\frac{1}{3} \pi r^2 h$:	$\frac{1}{3} \pi (2r)^2 \cdot 2h$
	h ³	:	4r ² × 2
	1	:	8

दो भागों का अनुपात = 1 : 7 Ans

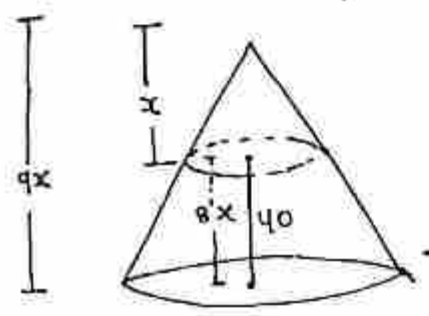
20 एक शंकु को उसके आधार के समानान्तर 3 हिस्सों में इस प्रकार काटा गया कि प्रत्येक हिस्से की ऊँचाई समान थी। इन तीनों हिस्सों के आयतनों का अनुपात ज्ञात करो :-



	छोटा	मध्यम	बड़ा
ऊंचाई	1	2	3
आयतन	1	8	27

∴ तीन भागों के आयतनों का अनुपात = 1 : 7 : 19 Ans

(21) एक शंकु को इसके आधार के समानान्तर इस प्रकार काटा गया कि छोटे शंकु का आयतन बड़े शंकु के आयतन का $\frac{1}{27}$ है। यदि शंकु को आधार से 40 cm ऊपर से काटा गया हो तो छोटे शंकु की ऊंचाई ज्ञात करो।



	छोटा	बड़ा
आयतन	1	729
ऊंचाई / त्रिज्या	1	9

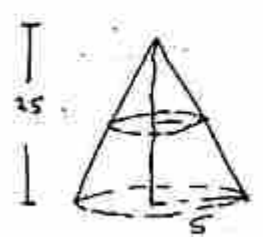
$$8x = 40$$

$$x = 5$$

∴ छोटे शंकु की ऊंचाई = 5 cm



(22) किसी शंकु की आधार त्रिज्या और ऊंचाई क्रमशः 5 cm व 25 cm हैं। शंकु को h cm ऊपर से आधार के समानान्तर काटा गया। छिन्नक का आयतन 110 cm³ है। छोटे शंकु की त्रिज्या ज्ञात करो।

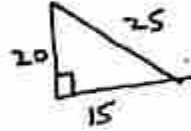
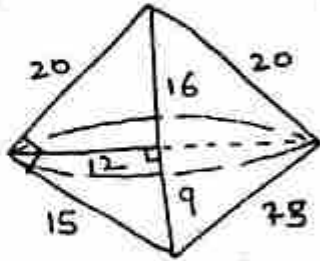


$$\frac{\text{शंकु आयतन}}{\text{छिन्नक आयतन}} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{25}{h} \times 25 \times 5}{110} = \frac{125}{21}$$

आयतन
 बड़ा शंकु
 125
 ↓
 ऊंचाई / त्रिज्या
 5

छोटे शंकु
 104
 ↓
 3√104
 ∴ छोटे शंकु की त्रिज्या = 3√104 Ans

Q3] किसी समकोण त्रिभुज की भुजाएँ 15, 20 व 25 cm हैं। यदि Δ को इसके कर्ण से घुमाया जाये तो बने वाली आकृति का आयतन व कुल पृ० क्षेत्र ज्ञात करो।



इस प्रकार बनी आकृति का आयतन = $\frac{1}{3} \pi \left[\frac{P \times B}{H} \right]^2 \times H$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \times \pi \left[\frac{20 \times 15}{25} \right]^2 \times 25$ H = कर्ण

$\Rightarrow \frac{1}{3} \times \pi \times 12 \times 12 \times 25 = 1200\pi$

कुल पृ० क्षेत्र = $\pi r_1 l_1 + \pi r_2 l_2 \Rightarrow \pi r (l_1 + l_2) \Rightarrow \pi \times 12 (20 + 15) = 420\pi$

Q4] किसी समचतुर्भुज की भुजा 12 cm है, आयतन ज्ञात करो

$a = 12$

आयतन = $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12 \times 12 \times 12 = 144\sqrt{2}$ Ans

Q5] किसी घन का आयतन 729 cm³ है, इसका विकर्ण ज्ञात करो.

$a^3 = 729 \therefore a = 9$

$D = \sqrt{3} a = 9\sqrt{3}$ Ans

Q6] दो बेलन की त्रिज्याओं का अनुपात 2:3 है और उनकी ऊंचाई का अनुपात 5:4 है। उनके वक्र पृ० क्षेत्र का अनुपात क्या होगा.

~~$\frac{2\pi(2) \times 5}{5} : \frac{2\pi(3) \times 4}{4}$~~

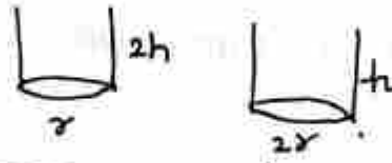
5 : 6 Ans



145
 (27) किसी बेलन की त्रिज्या दुगुनी कर दी गई और ऊंचाई आधी कर दी गई। नए आयतन व पुराने आयतन का अनुपात ज्ञात करो

$$\pi r^2 \times 2h : \pi 4r^2 \times h$$

$$1 : 2$$



(28) एक बेलन का कुल पृ० क्षेत्र 462 वर्ग cm है। इसका वक्र पृ० क्षेत्र इसके कुल पृ० क्षेत्र का $\frac{1}{3}$ है। बेलन का आयतन ज्ञात करो।

$$2\pi r h \times 3 = 2\pi r (r+h)$$

$$3h = r+h$$

$$2h = r$$

$$2\pi r (h+r) = 462$$

$$2\pi \times 2h (h+2h) = 462$$

$$4 \times \frac{22}{7} \times 3h^2 = 462$$

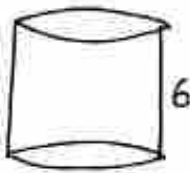
$$h^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow \therefore h = \frac{7}{2}$$

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$\frac{22}{7} \times 4h^2 \times h$$

$$= \frac{22}{7} \times 4 \times \frac{49}{4} \times \frac{7}{2} = 539 \text{ cm}^3$$

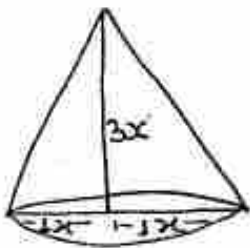
(29) किसी बेलन की ऊंचाई 6m है। इसके दोनों सिरों के क्षेत्रों के जोड़ का 3 गुना और इसके वक्र पृ० क्षेत्र का 2 गुना बराबर है। इसके आधार की त्रिज्या ज्ञात करो।



$$2\pi r^2 \times 3 = (2\pi r \times 6) \times 2$$

$$r = 4$$

(30) किसी शंकु के ऊंचाई और व्यास का अनुपात 3:2 है और इसका आयतन 1078 घन सेमी है। इसकी ऊंचाई ज्ञात करो -



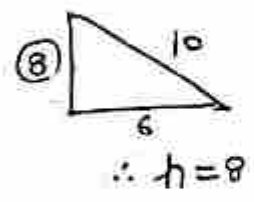
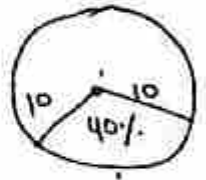
$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times x^2 \times 3x = 1078$$

$$x^3 = 49 \times 7$$

$$\boxed{x = 7}$$

$$\text{ऊंचाई} = 3x = 3 \times 7 = 21 \text{ cm} \text{ सिध}$$

31) 10 cm त्रिज्या वाली किसी वृत्ताकार शीट से 40% क्षेत्रफल वाला एक वृत्तखण्ड निकाल लिया गया और बची हुई शीट से एक शंकु बनाया गया। शंकु का आयतन ज्ञात करो।

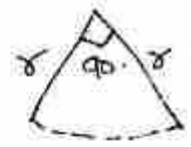


$$\frac{60}{100} \times \pi \times 10^2 \times \frac{40}{100} = \pi r^2 \times (40)$$

$$r = 6$$

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6^2 \times 8 = 96\pi \text{ Ans}$$

32) 8 cm त्रिज्या वाले किसी वृत्तखण्ड की दोनों त्रिज्याओं को जोड़कर एक शंकु बनाया गया। शंकु का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात करो।



$$\text{वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल} = \frac{90}{360} \times \pi r^2 = \frac{\pi}{4} r^2$$



CLASS
62

By Pardeep choker
7206446517

⊕ गोला



$$\begin{aligned} \text{आयतन} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ \text{पार्श्व पृष्ठ क्षेत्रफल} &= 4\pi r^2 \\ \text{कुल पृष्ठ क्षेत्रफल} &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

अर्धगोला



$$\begin{aligned} \text{आयतन} &= \frac{2}{3} \pi r^3 \\ \text{पार्श्व पृष्ठ क्षेत्रफल} &= 2\pi r^2 \\ \text{कुल पृष्ठ क्षेत्रफल} &= 3\pi r^2 \end{aligned}$$

⊗ यदि एक गोले को n भागों में काटा जाए तो n भागों का कुल पृष्ठ क्षेत्रफल = $4\pi r^2 + n\pi r^2$

33) एक गोले को इसके व्यास के समानान्तर 2 भागों में बाटा गया। दोनों भागों का कुल पृष्ठीय क्षेत्र ज्ञात करो।



$$4\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2 = 6\pi r^2$$

34) एक अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्र 1848 वर्ग सेमी है। इसका व्यास ज्ञात करो

$$3 \times \frac{4}{3} \pi r^2 + \pi r^2 = 1848$$

$$r^2 = 7 \times 7 \times 4$$

$$r = 7 \times 2 = 14$$

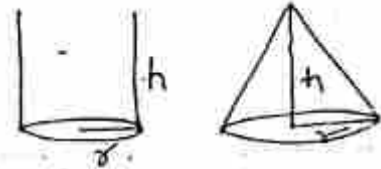
$$D = 28 \text{ cm.}$$

35) एक बेलन और बालू की आधार त्रिज्या और ऊंचाई समान है। यदि उनके वक्र पृष्ठीय क्षेत्र का अनुपात 8:5 है तो उनके त्रिज्या और ऊंचाई का अनुपात क्या होगा।

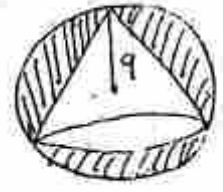
$$\frac{2\pi r h}{\pi r \sqrt{h^2 + r^2}} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{4h^2}{h^2 + r^2} = \frac{64}{25}$$

$$\frac{h}{r} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$



36) 9cm त्रिज्या वाले किसी लकड़ी के गोले से 9cm की ऊंचाई और 18cm आधार व्यास का एक बालू काटा गया। ज्ञात करो कि कितने प्रतिशत लकड़ी खराब हुई।

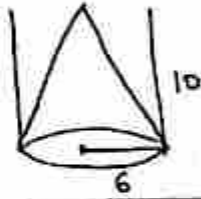


$$\frac{\frac{1}{3} \pi (9)^2 \times 9}{\frac{4}{3} \pi (9)^3} = \frac{1}{4} \rightarrow \text{बालू आयतन}$$

→ गोले का आयतन

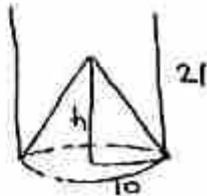
$$\therefore \frac{3}{4} \times 100 = 75\% \text{ लकड़ी खराब हुई}$$

- 37) 10 cm ऊंचाई और 6 cm आधार त्रिज्या वाले किसी बेलन से समान ऊंचाई और आधार का एक ढांकु निकाला गया। बचे हुए ढोस का आयतन क्या होगा ?



$$\begin{aligned} \text{बचा हुआ आयतन} &= \frac{2}{3} \pi (6)^2 \times 10 \\ &= 240\pi \end{aligned}$$

- 38) 21 cm ऊंचाई और 10 cm त्रिज्या वाले किसी बेलन से समान आधार त्रिज्या वाला एक ढांकु निकाला गया। यदि बचे हुए ढोस का आयतन 4400 घन सेमी है तो ढांकु की ऊंचाई ज्ञात करो।



$$\pi (10)^2 \times 21 - \frac{1}{3} \pi (10)^2 h = 4400$$

$$\pi (10)^2 \left[21 - \frac{1}{3} h \right] = 4400$$

$$\frac{22}{7} \left[\frac{63 - h}{3} \right] = 442$$

$$63 - h = 42$$

$$h = 21$$

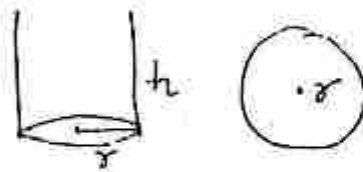


- 39) किसी बेलन और गोलों का वक्र पृष्ठ क्षेत्र समान है। यदि दोनों की त्रिज्याएं समान हैं तो उनके आयतन का अनुपात क्या होगा

$$\frac{2\pi r^2 h}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$h = 2r$$

$$\frac{\pi r^2 \times 2r}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow 3:2$$



- 40) एक वृत्ताकार टेंट 3 m की ऊंचाई तक बेलनाकार है और उसके ऊपर ढांकुआकार है। यदि इसका व्यास 105 m और ढांकुआकार भाग की निर्भर ऊंचाई 63 m है तो टेंट को बनाने में लगे कैनवास का क्षेत्रफल क्या होगा -



$$2\pi \left(\frac{105}{2}\right) \times 3 + \pi \left(\frac{105}{2}\right) \times 63$$

$$\frac{22}{7} \left(\frac{105}{2}\right) [6 + 63]$$

$$\text{|| } \frac{22}{7} \times \frac{105}{2} \times 69 = 11385 \text{ वर्ग मी.}$$

(41) एक ठोस नीचे से अर्धगोलाकार और ऊपर से शंकुआकार है। यदि दोनों हिस्सों का पृष्ठीय क्षेत्र समान हो तो शंकुआकार भाग की त्रिज्या और ऊंचाई का अनुपात क्या होगा।



$$\pi r^2 l = 2\pi r^2$$

$$l = 2r$$

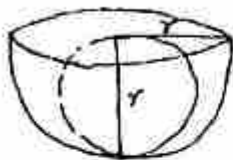
$$h = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = \sqrt{3} r$$

$$h : r = \sqrt{3} r : r$$

$$1 : \sqrt{3}$$



(42) 8 cm त्रिज्या के किसी अर्धगोले से अधिकतम साइज का एक गोला काटा गया। अर्धगोले व गोले के आयतनों का अनुपात ज्ञात करो।

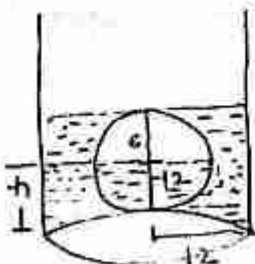


$$\frac{2}{3} \pi r^3 : \frac{4}{3} \pi \left(\frac{r}{2}\right)^3$$

$$1 : \frac{1}{4}$$

$$4 : 1 \quad \text{Ans}$$

(43) 24 मी० आधार व्यास के किसी बेलनाकार बर्तन में कुछ पानी भरा हुआ है। इसमें 6 cm त्रिज्या का एक गोला डुबोया गया। बर्तन में पानी के स्तर में कितनी वृद्धि हुई ?



$$\pi (12)^2 \times 12 - \frac{4}{3} \pi (6)^3 = \pi (12)^2 \times h$$

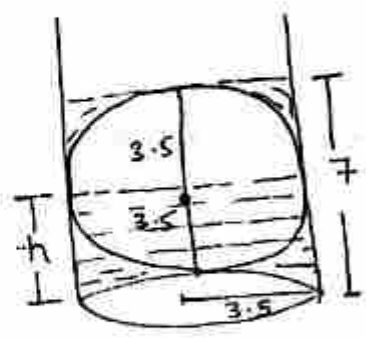
$$12^2 \times 12 - \frac{4}{3} \times 6 \times 6 \times 6 = (12)^2 \times h$$

$$12 - 2 = h$$

$$h = 10$$

∴ पानी के स्तर में वृद्धि = 12 - 10 = 2 cm.

44) 3.5 cm त्रिज्या की किसी बेलनाकार कैन में कुछ पानी भरा हुआ है। जब इसमें बड़े से बड़े आकार का अर्धगोला डाला गया तो पानी ने इसे ढक लिया। गोला डालने से पहले कैन में पानी का स्तर कितना था ?



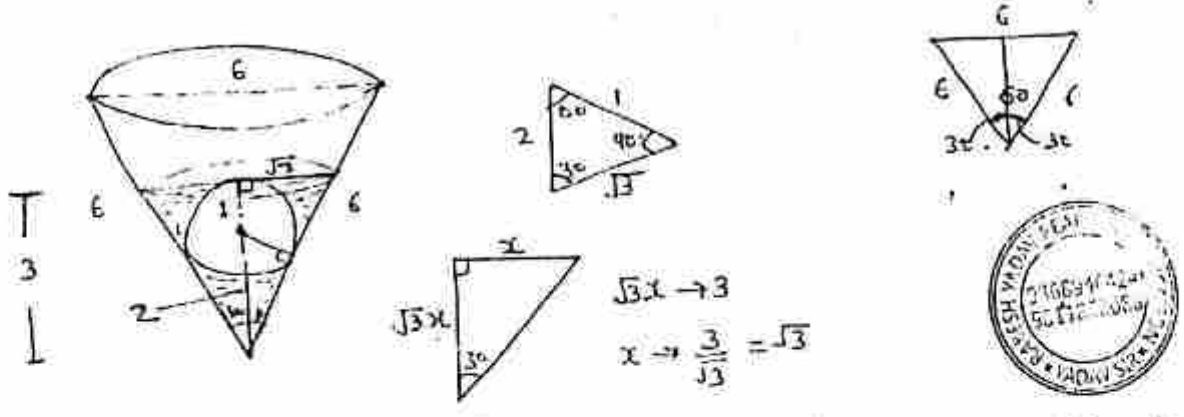
$$\pi (3.5)^2 \times 7 - \frac{2}{3} \pi (3.5)^3 = \pi (3.5)^2 \times h$$

$$\Rightarrow 7 - \frac{2}{3} \times \frac{35}{10} = h$$

$$7 - \frac{14}{3} = h$$

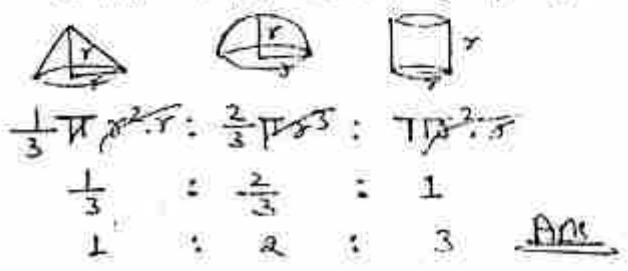
$$h = \frac{7}{3} \text{ Ans}$$

45) किसी शंकुआकार बर्तन की आधार त्रिज्या और ऊंचाई क्रमशः 3cm व 6cm है। बर्तन में कुछ पानी भरा हुआ है। जब इसमें 1cm त्रिज्या का एक गोला डाला जाता है तो पानी बस इसकी सतह को ढक पाता है। जात करो कि गोला डालने से पहले बर्तन में कितना पानी था (पानी का आयतन जात करो)

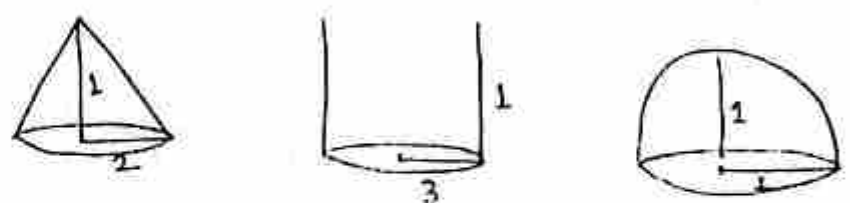


$$\frac{1}{3} \pi (x)^2 \times 3 - \frac{1}{3} \pi (1)^3 \Rightarrow 3\pi - \frac{1}{3}\pi \Rightarrow \frac{5}{3}\pi \text{ Ans}$$

46) एक शंकु, अर्धगोला और बेलन समान आधार पर स्थित है और सबकी ऊंचाई समान है। उनके आयतनों का अनुपात बताओ ?



47) किसी शंकु, बेलन और अर्धगोले की ऊंचाई समान हैं।
 यदि उनकी त्रिज्या का अनुपात 2:3:1 हैं तो उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करो ?

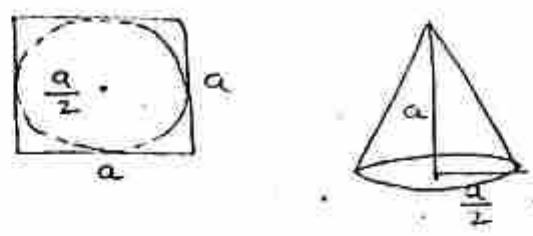


$$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 1 : \pi (3)^2 \times 1 : \frac{2}{3} \pi (1)^2 \times 1$$

$$\frac{4}{3} : 9 : \frac{2}{3}$$

$$4 : 27 : 2 \quad \underline{\text{Ans}}$$

48) एक घन में एक बेलन को इस प्रकार रखा गया कि यह घन की सभी भुजाओं को स्पर्श करता है। इसके बाद उस बेलन में एक शंकु को रखा गया। तीनों का आधार और ऊंचाई समान हैं। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करो ?



$$a^3 : \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times a : \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times a$$

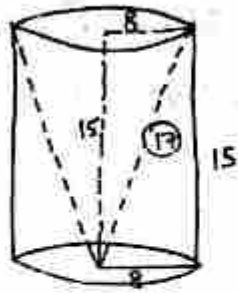
$$12 : 3\pi : \pi$$

$$6 : 3 \times \frac{22}{7} : \frac{22}{7}$$

$$42 : 33 : 11 \quad \underline{\text{Ans}}$$



49) 15cm ऊंचाई व 8cm आधार त्रिज्या के किसी बेलन से समान ऊंचाई और त्रिज्या की एक शंकुआकार आकृति निकाली गई। बचे हुए ठोस का आयतन और कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करो ?



बचे हुए ठोस का आयतन =

$$\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 8 \times 8 \times 15$$

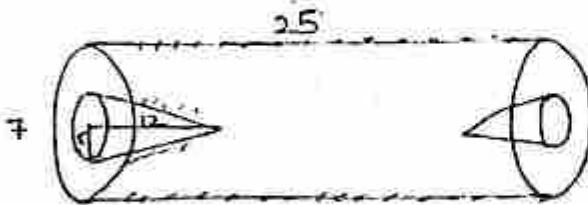
$$= 640\pi \text{ cm}^3$$

बचे हुए ठोस का कुल पृष्ठ क्षेत्र = $2\pi(8) \times 15 + \pi(8)^2 + \pi(8) \times 17$

$$= 8\pi [2 \times 15 + 8 + 17]$$

$$= 440\pi$$

- 50] किसी बेलन की आधार त्रिज्या व ऊंचाई 7 cm व 25 cm हैं। बेलन के दोनों सिरों से 5 cm त्रिज्या और 12 cm ऊंचाई के दो शंकुआकार भाग निकाले गए। बचे हुए ठोस का आयतन और कुल पृष्ठ क्षेत्र ज्ञात करो।



बचे हुए ठोस का आयतन = $\pi(7)^2 \times 25 - 2 \times \frac{1}{3} \pi(5)^2 \times 12$

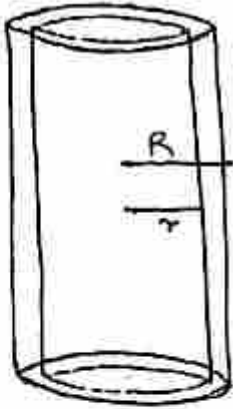
$$\pi(1225 - 200) = 1025\pi$$

$$\text{कुल पृष्ठ क्षेत्र} = \underbrace{2\pi(7) \times 25}_{\text{बेलन}} + \underbrace{2\pi(5) \times 12}_{\text{2 शंकु}} + \underbrace{[\pi(7^2 - 5^2)]}_{\text{दोनों सिरों पर बचा हुआ भाग}}$$

$$2\pi \times 175 + 2\pi \times 60 + 2\pi \times 24$$

$$2\pi [175 + 60 + 24] = 528\pi$$

- 51] किसी खोखले बेलन की ऊंचाई 14 cm है। इसके अन्तः वक्र पृष्ठ क्षेत्र और बाहरी वक्र पृष्ठ क्षेत्र का अन्तर 44 cm^2 है। यदि बेलन 99 घन cm धातु का बना है तो इसकी अन्तः और बाहरी त्रिज्या ज्ञात करो।



ATA: $2\pi R \times 14 - 2\pi r \times 14 = 44$
 $2 \times \frac{22}{7} \times 14 [R - r] = 44$
 $[R - r] = \frac{1}{2}$ — (i)

And $\pi R^2 \times 14 - \pi r^2 \times 14 = 99$
 $2 \times \frac{22}{7} \times 14 [R^2 - r^2] = 99 \times 9$
 $2 \times 4 \times \frac{1}{2} [R + r] = 9$
 $[R + r] = \frac{9}{2}$ — (ii)

From (i) and (ii)

$$\begin{array}{r} R - r = \frac{1}{2} \\ R + r = \frac{9}{2} \\ \hline 2R = 5 \end{array}$$

$$R = \frac{5}{2}$$

$$r = 2$$



Q2] 20 cm लम्बी पाइप का बाहरी व्यास 25 cm है। यदि पाइप की मोटाई 1 cm है तो पाइप का कुल पृष्ठीय क्षेत्र ज्ञात करो।

$$\begin{aligned} \text{कुल पृष्ठीय क्षेत्र} &= 2\pi R h + 2\pi r h + 2\pi [R^2 - r^2] \\ &= 2\pi h [R + r] + 2\pi [(R + r)(R - r)] \\ &= 2\pi (R + r) [h + R - r] \\ &= 2\pi (R + r) (h + t) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} (12.5 + 11.5) (20 + 1)$$

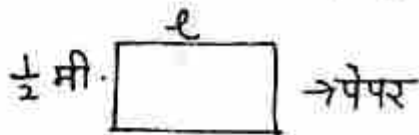
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 24 \times 21 = 44 \times 72 = 3168 \text{ वर्ग सेमी.}$$



$$\begin{array}{l} \text{खोखले बेलन का} \\ \text{कुल पृष्ठीय क्षेत्र} \end{array} \Rightarrow 2\pi (R + r) (h + t)$$

53] एक कमरा 8 मी. लम्बा, 6 मी. चौड़ा और 3 मी. ऊंचा है। इसमें $1\frac{1}{2}$ मी. x 1 मी. की दो खिड़कियाँ और 2 मी. x $1\frac{1}{2}$ मी. का एक दरवाजा है। इसकी दीवारों पर पेपर लगाने का खर्च ज्ञात करो यदि पेपर की चौड़ाई 50 cm और दर 25 पैसे प्रति मी. हैं।

$$\begin{aligned} \text{पेपर लगाने वाला क्षेत्र} &= 2 \times 14 \times 3 - 2 \times \left[\frac{3}{2} \times 1 \right] - 2 \times \frac{3}{2} \\ &\quad \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ &\quad \text{खिड़कियाँ} \qquad \text{दरवाजा} \\ &= 84 - 6 = 78 \text{ वर्ग मी.} \end{aligned}$$

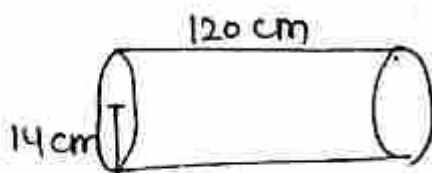


$$\begin{aligned} 78 &= l \times \frac{1}{2} \\ l &= 156 \text{ मी.} \end{aligned}$$



$$\text{पेपर लगाने का खर्च} = \frac{39}{100} \times \frac{25}{100} = 39 \text{ पैसे}$$

54] एक बेलन की ऊंचाई 1.2 मी. और आधार त्रिज्या 14 cm हैं। 0.25 cm त्रिज्या वाली उस तार की लम्बाई ज्ञात करो जो बेलन की सतह को पूरी तरह से ढक ले।



$$\begin{aligned} &0.5 \text{ ————— } l \text{ तार} \\ &\text{त्रिज्या} = 0.25 \\ \therefore \text{ तार की चौड़ाई} &= \text{ तार का व्यास} \\ \therefore &= 0.5. \end{aligned}$$

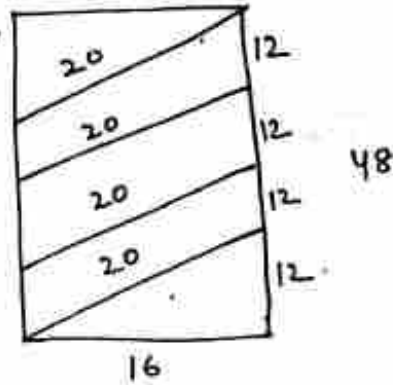
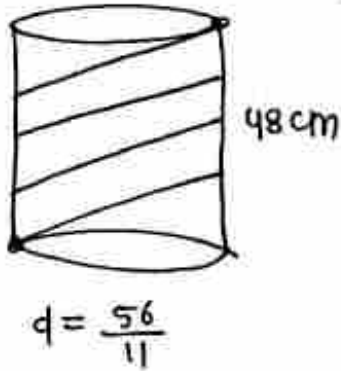
$$\begin{aligned} 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 120 &= l \times \frac{0.5}{10} \\ \downarrow \qquad \qquad \downarrow \\ \text{बेलन का पृष्ठीय क्षेत्र} &\quad \text{तार का क्षेत्र} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 88 \times 120 \times 2 &= l \\ \Rightarrow l &= 21120 \text{ cm Ans.} \end{aligned}$$

OR

$$\begin{aligned} \frac{120}{0.5} &= 240 \text{ चक्कर (तार के)} \\ \Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 240 & \\ &= 21120 \text{ cm Ans.} \end{aligned}$$

- 55 किसी बेलनाकार टैंक का आधार व्यास, और ऊंचाई $5\frac{11}{11}$ cm और 48 cm हैं। इस टैंक पर लपेटे जाने वाले धागे की लम्बाई ज्ञात करो यदि धागा टैंक के चारों ओर 4 पूरे चक्कर लगाता है।

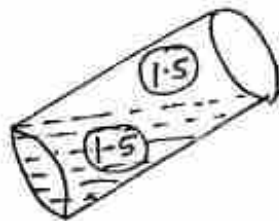


$$\text{शांख} = \frac{8}{11} \times \frac{2}{7} = 16$$



धागे की लम्बाई = $20+20+20+20 = 80$

- 56 किसी टैंक का $\frac{2}{3}$ भाग पानी से भरा हुआ है। जब पानी के टैंक को इस प्रकार तिरछा किया जाता है कि पानी विकर्ण हो जाए तो यह करने में 93.5 ली. पानी नीचे गिर जाता है। टैंक की क्षमता ज्ञात करो।



माना क्षमता = 3 ली.

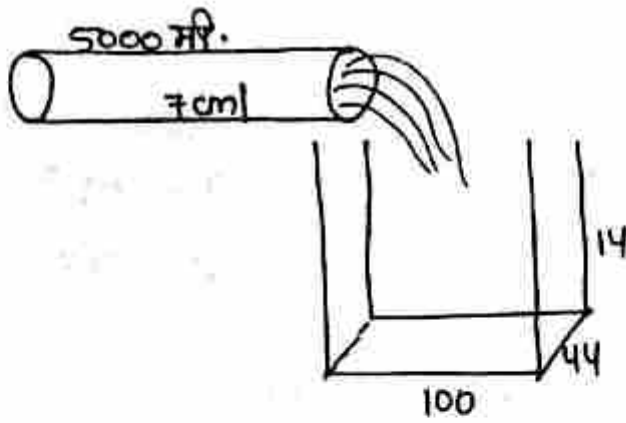
भरा हुआ = 2 ली.

$3 - 1.5 = 1.5 \rightarrow 93.5$

$1 \rightarrow \frac{93.5}{5} = 187 \text{ ली.}$

क्षमता = $3 \times 187 = 561 \text{ ली.}$

- 57 100 मी. लम्बे व 44 मी. चौड़े किसी आयताकार टैंक में 7 cm गिरावट वाले पाइप से 5 किमी/घण्टा की गति से पानी गिरता है। बताओ कि कितने समय में पानी का स्तर 14 cm बढ़ जायेगा.



156

$$\pi \left(\frac{22}{7} \times \frac{7}{100} \times \frac{7}{100} \times 5000 \right) = 100 \times 44 \times \frac{14}{100}$$

\downarrow 1 घण्टे में निकलने वाला पानी \downarrow टैंक का आयतन

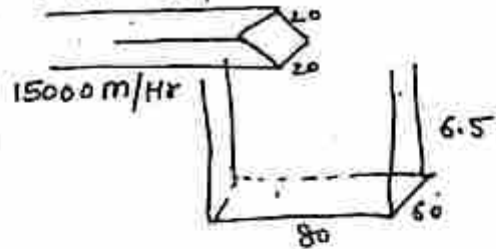
$\pi = 8$ घण्टे



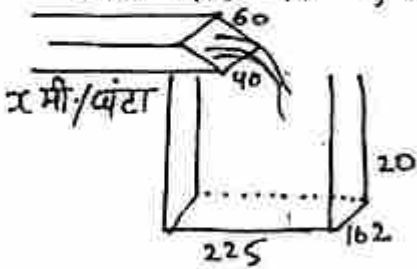
58] $80\text{m} \times 60\text{m} \times 6.5\text{m}$ के किसी आयताकार टैंक में पानी भरा हुआ है। एक पाइप इस टैंक को कितने समय में खाली करेगा यदि पाइप की अनुप्रस्थ काट 20cm भुजा का एक वर्ग है और पानी की गति 15 किमी/घण्टा है।

$$\left[\frac{20}{100} \times \frac{20}{100} \times 15000 \right] \times \pi = 80 \times 60 \times \frac{6.5}{10}$$

$\pi = 52$ घण्टे



59] एक आयताकार टैंक का आकार $225\text{मी} \times 162\text{मी}$ है। इसमें $40\text{मी} \times 60\text{मी}$ के एक चनाभाकार पाइप से किस गति से पानी भरा जाए कि 5 घण्टे में पानी का स्तर 20cm बड़े।



$$5 \times \left[\frac{60}{100} \times \frac{40}{100} \times x \right] = \frac{45}{100} \times 225 \times 162$$

1 घंटे का पानी

$x = 6075\text{ मी} / \text{घंटा}$ Ans.

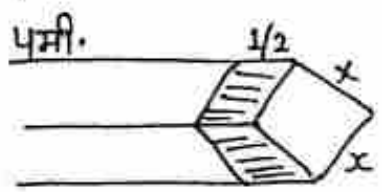
60) किसी धनात्म की लम्बाई इसकी चौ० का 3 गुना है और ऊंचाई का 5 गुना है। यदि इसका आयतन 14400 cm³ है तो कुल पृष्ठीय क्षेत्र० ज्ञात करो।

$लं० = 15x$
 $चौ० = 5x$
 $ऊ० = 3x$

$15x \times 5x \times 3x = \frac{14400}{4800}$
 $x = 4$

$पृ०क्षे० = 2(60+20) \times 12 = 1920$ Ans

61) एक घन मी. धातु का वजन 480 किलो है। इसको पिघलाकर 4 मी. लम्बी एक वर्गाकार रॉड बनाई गई। इसके एक सिरे से अधिकतम आकार का एक घन काटा गया। धन का वजन ज्ञात करो।



रॉड का आयतन = धातु का आयतन

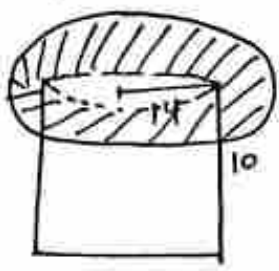
$घन का आयतन = (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8} m^3$

$x \times x \times 4 = 1$
 $x^2 = \frac{1}{4}$
 $x = \frac{1}{2}$

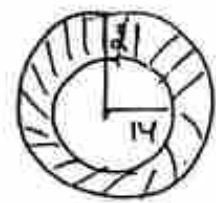
$वजन = \frac{1}{8} \times 480 = 60 \text{ Kg}$



62) 14 मी. त्रिज्या और 10 मी. गहराई का एक कुआँ खोदा गया। कुएँ से निकलने वाली मिट्टी से कुएँ के चारों ओर 4 मी. चौड़ा चबूतरा बनाया गया। चबूतरे की ऊंचाई ज्ञात करो।



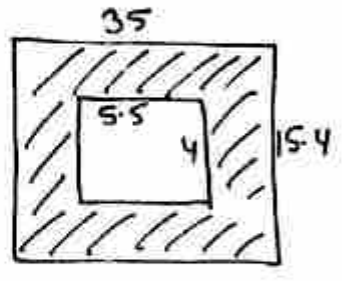
$मिट्टी का आयतन = \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 10$



चबूतरा प्रिज्म के आकार का होगा

$\therefore \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 10 = \pi [21^2 - 14^2] \times h$
 $14 \times 14 \times 10 = (21+14)(21-14) \times h$
 $2 \times 14 \times 14 \times 10 = \frac{95 \times 7 \times h}{7}$
 $\therefore h = 8$ Ans

63) 35 मी. × 15.4 मी. आकार के किसी आयताकार खेत के बीच में 5.5 मी. लम्बा, 4 मी. चौड़ा और 2.5 मी. गहरा खादों का खोदा गया और इससे निकलने वाली मिट्टी को खेत में फैला दिया गया। खेत के स्तर में हुई वृद्धि ज्ञात करो।



मिट्टी का आयतन = $5.5 \times 4 \times 2.5$

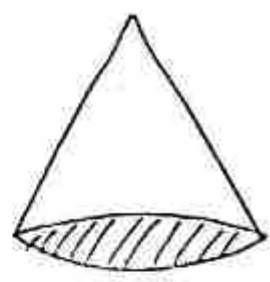
$\therefore (35 \times 15.4 - 5.5 \times 4) \times h = 5.5 \times 4 \times 2.5$

$(539 - 22) \times h = 55$

$517h = 55$

$h = 9.4 \text{ मी.}$

64) 5 व्यक्तियों को बैठाने के लिए शंकुआकार तम्बू की आवश्यकता है। प्रत्येक व्यक्ति को जमीन पर 16 मी. जगह बैठने के लिए और 100 m^3 हवा सांस लेने के लिए चाहिए। तम्बू की ऊंचाई ज्ञात करो।



आधार क्षेत्र = $5 \times 16 = 80$

$\therefore \pi r^2 = 5 \times 16$

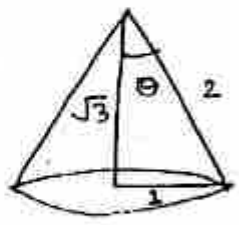
$\frac{1}{3} \pi r^2 h = 5 \times 100$

$\frac{1}{3} \times 5 \times 16 \times h = 500$

$h = \frac{75}{4} \text{ मी.}$



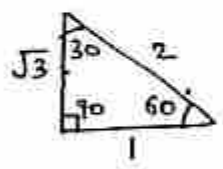
65) किसी शंकु का वक्र पृष्ठ क्षेत्र इसके आधार क्षेत्र से 2 गुना है। शंकु का अर्ध-शीर्ष कोण ज्ञात करो।



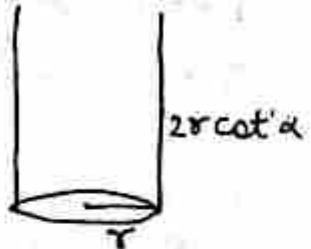
$\pi r l = 2 \pi r^2$

$\frac{l}{r} = \frac{2}{1}$

$\therefore \theta = 30^\circ \text{ Ans}$



66) 4 त्रिज्या और $2\sqrt{3}$ ऊंचाई वाले बेलन से कितने शंकु बनाए जा सकते हैं जिसकी त्रिज्या \leq और अर्ध-शीर्ष कोण \leq है।



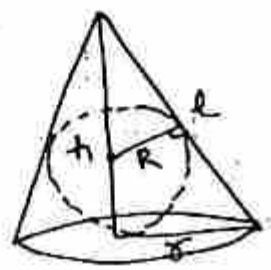
$$\frac{h}{r} = \cot \alpha$$

$$h = r \cot \alpha$$

$$\pi r^2 \times 2r \cot \alpha = n \times \frac{1}{3} \pi r^2 \times h \cot \alpha$$

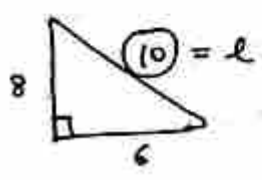
$$n = 6$$

67) 6cm आधार त्रिज्या और 8cm ऊंचाई वाले शंकु के अन्दर रखे जाने वाले बड़े से बड़े गोलों की त्रिज्या ज्ञात करो।



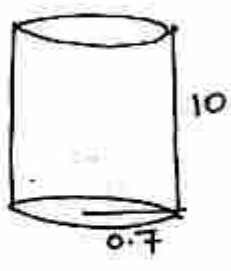
गोलों की त्रिज्या =

$$\frac{h \times r}{h + r}$$



$$= \frac{8 \times 6}{10 + 6} = \frac{48}{16} = 3 \text{ cm आंसू}$$

68) किसी रोलिंग रोलर की आधार त्रिज्या और ऊंचाई क्रमशः 0.7 सेमी व 10 सेमी हैं। जब यह 1200 बार घूमता है तो 88% हिस्से को समतल कर देता है। 6.75 रू० प्रति वर्ग सेमी की दर से सारे भाग को समतल करने का खर्च ज्ञात करो।



एक बार जब रोलिंग रोलर घुमेंगा तो वह अपने पृष्ठीय क्षेत्र जितना भाग समतल करेगा.

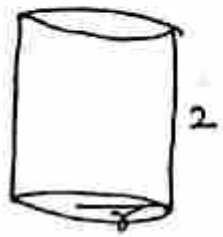
$$\therefore 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times 10 \times 1200 = A \times \frac{88}{100}$$

$$A = 60000 \text{ वर्ग सेमी.}$$

कुल खर्च = 60000 × 6.75 = 4,05,000 रू०



69) किसी बेलन की ऊंचाई 2 cm है। इसकी आधार त्रिज्यां ज्ञात करो यदि इसकी ऊंचाई या त्रिज्या में 6 जोड़े तो आयतन में समान बदलाव हो।



$$\pi(r+6)^2 \times 2 = \pi r^2 (6+2)$$

$$(r+6)^2 \times 2 = r^2 (8)$$

वर्ग करने पर

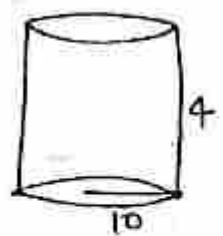
$$\sqrt{(r+6)^2} = \sqrt{r^2 (4)}$$

$$r+6 = 2r \quad \boxed{r=6}$$

70) किसी बेलन का आधार क्षेत्र घटकर 1/9 रह गया और इसकी ऊंचाई 6 गुना हो गई। इसके वक्र पृष्ठ क्षेत्र में क्या बदलाव होगा।

$\pi R^2 = 9$ (R=3)	$\pi r^2 = 1$ (r=1)	पृष्ठीय क्षेत्र $2\pi R h = 3 \times 1 = 3$ $2\pi r h = 1 \times 6 = 6$	$\left. \begin{array}{l} \nearrow \text{ऊंचाई} \\ \searrow \text{ऊंचाई} \end{array} \right\} 2 \text{ गुना हो जाएगा.}$
------------------------	------------------------	---	--

71) किसी बेलन की त्रिज्या 10 cm और ऊंचाई 4 cm है। त्रिज्या या ऊंचाई में कितना जोड़े की दोनों परिस्थियों में आयतन में समान बदलाव हो।



आयतन = $\pi(10)^2 \times 4 = 400\pi$

यदि त्रिज्या में 5 जोड़ा जाए
 आयतन = $\pi \times 15^2 \times 4 = 900\pi$

यदि ऊंचाई में 5 जोड़ा जाए
 आयतन = $\pi \times 10^2 \times 9 = 900\pi$

∴ 5 Ans



$$\boxed{\text{OR}} \quad \pi(10+x)^2 \times 4 = \pi(10)^2(4+x)$$

161

$$(100+x^2+20x) \times 4 = 100(4+x)$$

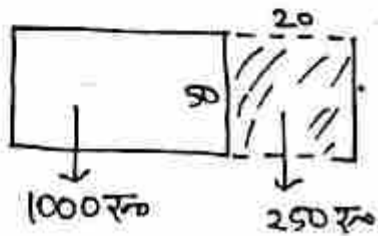
$$400 + 4x^2 + 80x = 400 + 100x$$

$$4x^2 = 20x$$

$$\boxed{x=5} \quad \text{Ans}$$



72 किसी आयताकार मैदान की मरम्मत पर 1000 ₹ खर्च किए गए। मैदान की चौड़ाई 50 मी. व मरम्मत की लागत 25 पैसे प्रति मी. हैं। यदि मैदान की लंबाई 10 मी. बढ़ा दी जाए तो मरम्मत का नया खर्च ज्ञात करो।

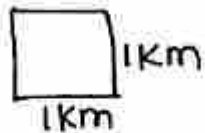


$$\text{मैदान के क्षेत्र में वृद्धि} = 50 \times 20 = 1000 \text{ m}^2$$

$$\text{खर्च में वृद्धि} = 1000 \times \frac{25}{100} = 250 \text{ ₹}$$

$$\text{नया खर्च} = 1000 + 250 = 1250 \text{ ₹}$$

73 1 किलोमीटर क्षेत्र में 8cm बारिश हुई। यदि 50% बारिश के पानी को 100m x 10m के टैंक में इकट्ठा किया जाए तो ज्ञात करो कि टैंक में पानी के स्तर की ऊंचाई क्या होगी।



$$\text{क्षेत्र} = 1000 \times 1000$$

$$\frac{1000 \times 1000 \times \frac{8}{100}}{\text{इतना पानी गिरा है}} \times \frac{50}{100} = 100 \times 100 \times h$$

इतना store किया है

$$\boxed{h=10\text{cm}} \quad \text{Ans}$$

74 किसी समचतुर्भुज की ऊंचाई P और प्रत्येक भुजा $2A$ है। $3P^2$ का मान ज्ञात करो।

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \times 2A = P$$

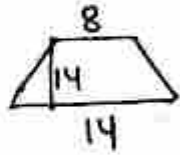
$$\frac{2}{3} \times 4 \times A^2 = P^2$$

$$8A^2 = 3P^2 \quad \text{Ans}$$

समचतुर्भुज की ऊंचाई =

$$\frac{\sqrt{3}}{3} a \quad \text{Ans}$$

75) किसी प्रिज्म का आधार एक समलम्ब चतुर्भुज है जिसकी दो समानान्तर भुजाएँ 8cm व 14cm हैं और इनके बीच की दूरी 14 cm है। यदि इसका आयतन 1056 cm³ है तो ऊंचाई ज्ञात करो।



$$\frac{1}{2} \times (8+14) \times h = 1056$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 22 \times 14 \times h = 1056$$

$$h = \frac{48}{7}$$



⊕

तरणतल का आयतन = $\frac{1}{2}$ [दोनों सिरे की गहराई का जोड़] × लम्बाई × चौड़ाई

76) किसी शंकु की ऊंचाई, वक्र पृष्ठ क्षेत्र और आयतन क्रमशः h, c, v हैं। $3\pi v h^3 - c^2 h^2 + 9v^2 = ?$

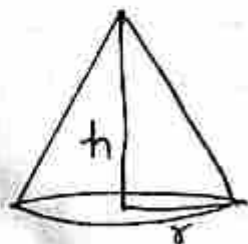
$$v = \frac{1}{3} \pi r^2 h, \quad c = \pi r l, \quad l^2 = r^2 + h^2$$

$$\therefore 3\pi v h^3 - c^2 h^2 + 9v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\pi \times \frac{1}{3} \pi r^2 h \times h^3 - \pi^2 r^2 (r^2 + h^2) h^2 + 9 \times \frac{1}{9} \pi^2 r^4 h^2$$

$$\Rightarrow \pi^2 r^2 h^4 - \pi^2 r^4 h^2 - \pi^2 r^2 h^4 + \pi^2 r^4 h^2 = 0$$

77) एक व्यक्ति को बैठने के लिए 4 वर्ग मी. जगह और सांस लेने के लिए 20 घन मी. हवा चाहिए। किसी तंबू में 11 व्यक्ति बैठाने हैं, तंबू की ऊंचाई ज्ञात करो।



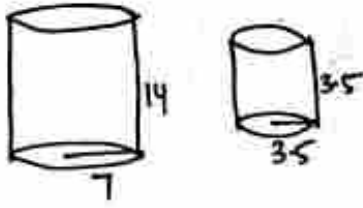
$$\pi r^2 = 4 \times 11 \quad (\text{क्षेत्र})$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = 20 \times 11 \quad (\text{आयतन})$$

$$\therefore \frac{1}{3} \times 44 \times h = \frac{220}{\pi}$$

$$h = 15 \quad \underline{\text{Ans}}$$

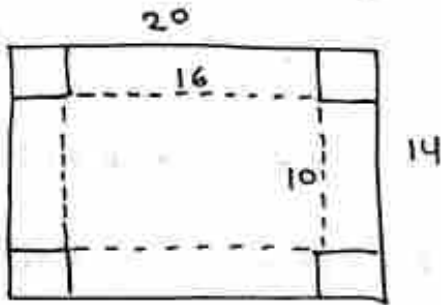
- 78) 14cm ऊंचाई और 7cm त्रिज्या के बड़े बेलन से 3.5cm त्रिज्या व ऊंचाई के कितने छोटे बेलन बनाए जा सकते हैं।



$$\pi (7^2) \times 14 = n \times \pi (3.5)^2 \times 3.5$$

$$n = 16 \quad \text{Ans}$$

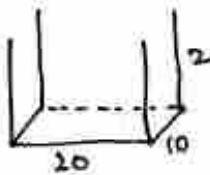
- 79) किसी आयताकार शीट का आकार 20सेमी x 14सेमी है। शीट से 2cm ऊंचाई का बड़े से बड़ा पानी का टैंक बनाया गया। टैंक का आयतन ज्ञात करो।



$$\begin{aligned} \text{आयतन} &= 16 \times 10 \times 2 \\ &= 320 \end{aligned}$$



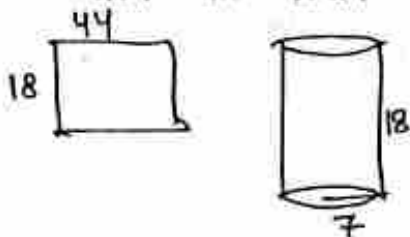
- 80) 20m x 10m आकार के किसी तरणताल में कुछ लोगों ने डुबकी लगाई। इसकी वजह से पानी का स्तर 2मी. बढ़ गया। यदि एक व्यक्ति 1 घन मी. पानी हटाता है तो ज्ञात करो कि कितने व्यक्तियों ने डुबकी लगाई।



$$20 \times 10 \times 2 = n \times 1$$

$$n = 400 \quad \text{Ans}$$

- 81) 44cm x 18cm की एक आयताकार शीट है। इसको लम्बाई से मोड़कर एक बेलन बनाया गया। इस प्रकार बने बेलन का आयतन ज्ञात करो।



$$2 \times \frac{44}{2} \times 18 = 44 \quad \therefore r = 7$$

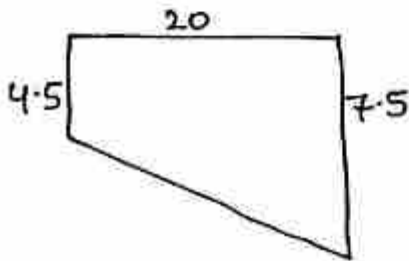
$$\text{आयतन} = \pi \times 7 \times 7 \times 18 = 882\pi \quad \text{Ans}$$

- (82) दो अर्धगोलाकार भे बर्तनों की क्षमता 6.4 ली० व 21.6 ली० हैं। उनके वक्र पृष्ठ क्षेत्रों का अनुपात क्या होगा।

$$\frac{\frac{2}{3}\pi r^3}{\frac{2}{3}\pi R^3} = \frac{6.4}{21.6} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

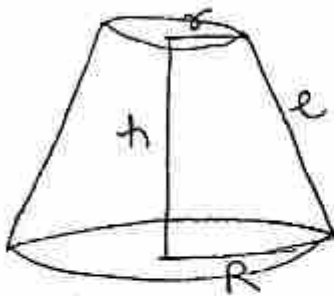
$$\text{वक्र पृष्ठ क्षेत्रों का अनुपात} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{(2)^2}{(3)^2} = \frac{4}{9} \text{ Ans}$$

- (83) किसी त्रणताल की लम्बाई 20 मी० व चौ० 10 मी० हैं। शुरुआत में इसकी गहराई 4.5 मी० हैं जो कि दूसरे सिरे तक 7.5 मी० हो जाती हैं। त्रणताल का आयतन ज्ञात करो।



$$\begin{aligned} \text{आयतन} &= \frac{1}{2} (4.5 + 7.5) \times 20 \times 10 \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 20 \times 10 = 1200 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

शंकु का चिह्नक



$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi [R^2 + r^2 + Rr] h$$

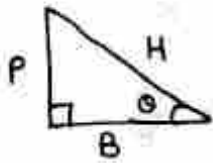
$$\text{पृष्ठीय क्षेत्र} = \pi (R+r) l$$

$$\text{कुल पृष्ठ क्षेत्र} = \pi [Rr] l + \pi r^2 + \pi R^2$$

$$l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$$



#



$$\sin \theta = \frac{P}{H}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{H}{P}$$

$$\sin \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta = 1$$

$$\cos \theta = \frac{B}{H}$$

$$\sec \theta = \frac{H}{B}$$

$$\cos \theta \cdot \sec \theta = 1$$

P → लम्ब
B → आधार
H → कर्ण

$$\tan \theta = \frac{P}{B} \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{B}{P} \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$$

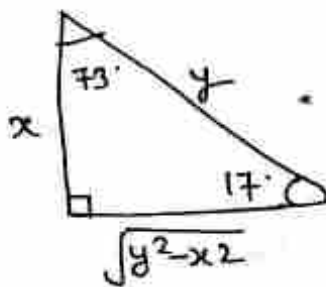


#

	0°	30°	45°	60°	90°
sin θ	0	1/2	1/√2	√3/2	1
cos θ	1	√3/2	1/√2	1/2	0
Tan θ	0	1/√3	1	√3	∞
cosec θ	∞	2	√2	2/√3	1
sec θ	1	2/√3	√2	2	∞
cot θ	∞	√3	1	1/√3	0



① यदि $\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$ - find $\sec 17^\circ - \sin 73^\circ$.



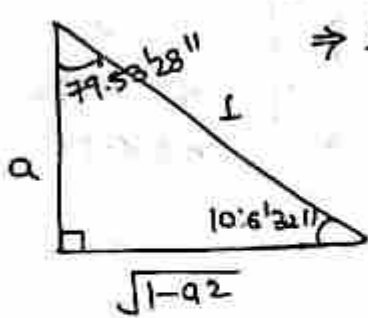
$$\sin 17^\circ = \frac{x}{y}$$

$$\sec 17^\circ - \sin 73^\circ = \frac{y}{\sqrt{y^2-x^2}} - \frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{y^2 - (y^2-x^2)}{y\sqrt{y^2-x^2}} \Rightarrow \frac{x^2}{y\sqrt{y^2-x^2}} \quad \text{Ans}$$

② यदि $\sin(10^\circ 6' 32'') = a$

$\cos(79^\circ 53' 28'') + \tan(10^\circ 6' 32'') = ?$



$$\Rightarrow \frac{a}{1} + \frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$$

$$= \frac{a(\sqrt{1-a^2}) + a}{\sqrt{1-a^2}}$$

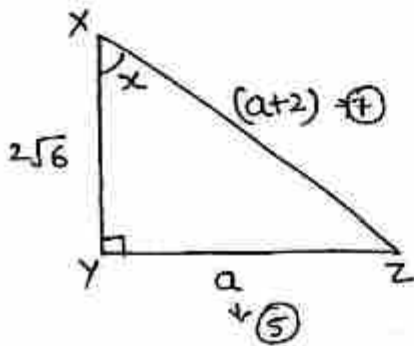
$$\cos \theta = \frac{B}{H}$$

$$\tan \theta = \frac{P}{B}$$

③ Δxyz में $\angle Y = 90^\circ$

$XY = 2\sqrt{6}$ $\sec x + \tan x = ?$

$XZ - YZ = 2$



$$(2\sqrt{6})^2 + a^2 = (a+2)^2$$

$$24 + \downarrow 25 = (5+2)^2$$

$$\therefore \boxed{a=5}$$

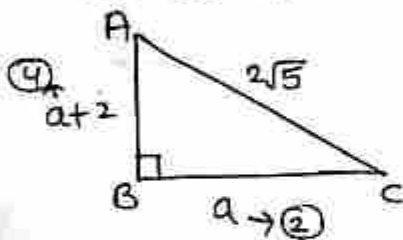
a का मान रखो ताकि eqn satisfy हो।

$$\sec x + \tan x = \frac{7}{2\sqrt{6}} + \frac{5}{2\sqrt{6}} = \frac{12}{2\sqrt{6}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \text{ Ans}$$

④ ΔABC में, $\angle B = 90^\circ$

$AB - BC = 2$, $AC = 2\sqrt{5}$

$\cos^2 A - \cos^2 C = ?$



$$(a+2)^2 + a^2 = (2\sqrt{5})^2$$

$$(a+2)^2 + a^2 = 20$$

$$\downarrow 2 \quad \therefore \boxed{a=2}$$

$$\cos^2 A - \cos^2 C = \left(\frac{4}{2\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{2}{2\sqrt{5}}\right)^2$$

$$= \frac{16}{20} - \frac{4}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \text{ Ans}$$

$$\textcircled{5} \quad 2 \sin \alpha + 15 \cos^2 \alpha = 7, \quad 0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

$$\cot \alpha = ?$$

$$\text{A) } \frac{3}{4} \quad \text{B) } \frac{5}{4} \quad \text{C) } \frac{1}{2} \quad \text{D) } \frac{1}{4}$$

$$\cot \alpha = \frac{B}{P}$$

$$2 \sin \alpha + 15 \cos^2 \alpha = 7$$

यहाँ root नहीं यहाँ वर्ग है

बना चारिष्ट इसलिए वर्गमूल नहीं बनेगा

\therefore जो भी value आयेगी वो Triplet बनायेगी

only option A है जिसमें Triplet बन रहा है।

$$\cot \alpha = \frac{B}{P} = \frac{3}{4}, \quad H=5$$

$$\therefore \cot \alpha = \frac{3}{4} \quad \text{Ans.}$$

$$2 \sin \alpha + 15 \cos^2 \alpha = 7$$

$$2 \times \frac{4}{5} + 15 \times \frac{9}{25} = 7$$

$$\frac{8}{5} + \frac{27}{5} \Rightarrow \frac{35}{5} \Rightarrow 7 = 7 \quad (\text{सत्य})$$

* option B को लें

$$\cot \alpha = \frac{B}{P} = \frac{5}{4} \quad \therefore H = \sqrt{41}$$

$$\therefore 2 \sin \alpha + 15 \cos^2 \alpha = 7$$

$$2 \times \frac{4}{\sqrt{41}} + 15 \times \left(\frac{5}{\sqrt{41}}\right)^2$$

ये कभी भव नहीं होगा।

OR

$$2 \sin \alpha + 15 (1 - \sin^2 \alpha) = 7$$

$$2 \sin \alpha + 15 - 15 \sin^2 \alpha = 7$$

$$-15 \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha + 8 = 0$$

$$15 \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha - 8 = 0$$

$$3 \sin \alpha [5 \sin \alpha - 4] + 2 [5 \sin \alpha - 4] = 0$$

$$[3 \sin \alpha + 2] [5 \sin \alpha - 4] = 0$$



$$3\sin\alpha + 2 = 0$$

$$\sin\alpha = -\frac{2}{3}$$

$$5\sin\alpha = 4$$

$$\sin\alpha = \frac{4}{5} \begin{matrix} \text{P} \\ \text{H} \end{matrix}, B=3$$

$$\therefore \cot\alpha = \frac{3}{4} \text{ Ans}$$

⑥ $2 - \cos^2\theta = 3\sin\theta \cdot \cos\theta$, $\tan\theta = ?$ A) $\frac{1}{2}$ B) 0
option से C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$

A) $\tan\theta = \frac{1}{2} \begin{matrix} \text{P} \\ \text{H} \end{matrix}$; $H = \sqrt{5}$

$$2 - \cos^2\theta = 3\sin\theta \cdot \cos\theta$$

$$2 - \frac{4}{5} = 3 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{6}{5} = \frac{6}{5} \text{ (सत्य)}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{1}{2} \text{ Ans}$$

#

$$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$$

$$\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$$

$$(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$$

$$(\sec\theta - \tan\theta) = \frac{1}{\sec\theta + \tan\theta}$$

$$(\sec\theta + \tan\theta) = \frac{1}{(\sec\theta - \tan\theta)}$$

⑦ $\sec\theta + \tan\theta = 3$, $\cos\theta = ?$

$$(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta) = 1$$

$$\downarrow \frac{1}{3} \quad \downarrow 3$$

$$\therefore \sec\theta + \tan\theta = \frac{1}{3}$$

$$\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{3}$$

$$2\sec\theta = \frac{10}{3}$$

$$\sec\theta = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{3}{5} \text{ Ans}$$



#

$$\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$$

$$\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$$

$$(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta) = 1$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x \quad x \quad \frac{1}{x} = 1$$

$$\textcircled{8} \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = 2 + \sqrt{5}, \sin \theta = ?$$

$$\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \sqrt{5} + 2$$

$$\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \sqrt{5} - 2$$

$$\hline 2 \operatorname{cosec} \theta = 2\sqrt{5}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \sqrt{5}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \text{Ans}$$

$$\textcircled{9} \text{ if } \sin \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta + 3 \cos^{10} \theta + 3 \cos^8 \theta + \cos^6 \theta + 64 = ?$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 64$$

$$\therefore (\cos^4 \theta + \cos^2 \theta)^3 + 64$$

$$\Rightarrow \sin \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\sin \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\sin \theta = \cos^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = \cos^4 \theta$$

$$\textcircled{\#} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\left[\begin{array}{l} a = \cos^4 \theta \\ b = \cos^2 \theta \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} a = \cos^4 \theta \\ b = \cos^2 \theta \end{array} \right\}$$

$$\therefore (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^3 + 64 = 65 \quad \text{Ans}$$



$$\textcircled{10} \text{ यदि } \sin \theta + \sin^2 \theta + \sin^3 \theta = 1, \cos^6 \theta - 4 \cos^4 \theta + 8 \cos^2 \theta = ?$$

$$\sin \theta + \sin^3 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\sin \theta (1 + \sin^2 \theta) = \cos^2 \theta$$

$$\sin \theta (1 + 1 - \cos^2 \theta) = \cos^2 \theta$$

$$\sin \theta (2 - \cos^2 \theta) = \cos^2 \theta$$

वर्ग करने पर

$$\sin^2 \theta (2 - \cos^2 \theta)^2 = \cos^4 \theta$$

$$\therefore (1 - \cos^2 \theta) [4 + \cos^4 \theta - 4 \cos^2 \theta] = \cos^4 \theta$$

$$\Rightarrow 4 + \cos^4 \theta - 4 \cos^2 \theta - 4 \cos^2 \theta - \cos^6 \theta + 4 \cos^4 \theta = \cos^4 \theta$$

$$\Rightarrow -\cos^6 \theta + 4 \cos^4 \theta - 8 \cos^2 \theta = -4$$

$$\Rightarrow \cos^6 \theta - 4 \cos^4 \theta + 8 \cos^2 \theta = 4 \quad \text{Ans}$$

$$\textcircled{11} \text{ यदि } \cos \theta + \cos^2 \theta = 1, \sin^3 \theta + 2 \sin^6 \theta + \sin^4 \theta = ?$$

$$\cos \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\cos \theta = \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = \sin^4 \theta$$

$$\begin{array}{ccc} a^2 & & b^2 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 2ab & & \end{array}$$

$$(\sin^4 \theta + \sin^2 \theta)^2$$

$$\Rightarrow (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)^2 = 1 \quad \text{Ans}$$

12) यदि $(1 + \sin \theta)(1 + \sin \alpha)(1 + \sin \beta) = (1 - \sin \theta)(1 - \sin \alpha)(1 - \sin \beta) = x$?

- (A) $\pm \cos \theta \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta$ (B) $\pm \cos^2 \theta \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta$
- (C) $\pm \sec \theta \cdot \sec \alpha \cdot \sec \beta$ (D) $\pm \sin \theta \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta$

$$(1 + \sin \theta)(1 + \sin \alpha)(1 + \sin \beta) = (1 - \sin \theta)(1 - \sin \alpha)(1 - \sin \beta) = x$$

$$\Rightarrow x = (1 + \sin \theta)(1 + \sin \alpha)(1 + \sin \beta)$$

$$x = (1 - \sin \theta)(1 - \sin \alpha)(1 - \sin \beta)$$

$$x^2 = \cos^2 \theta \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta$$

$$\therefore x = \pm \cos^2 \theta \cos \alpha \cdot \cos \beta \text{ Ans}$$

$$\begin{aligned} \therefore (1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta) &= 1 - \sin^2 \theta \\ &= \cos^2 \theta \end{aligned}$$

if $ax + by = m$
 $bx - ay = n$ समान
 तब $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = m^2 + n^2$

$a \sin \theta + b \cos \theta = m$
 $b \sin \theta - a \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2 - m^2}$ समान

13) $\frac{x}{a} \sin \theta + \frac{y}{b} \cos \theta = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{1}{4}}$ Ans
 $\frac{y}{b} \sin \theta - \frac{x}{a} \cos \theta = ?$

14) $1 \sin \theta + 1 \cos \theta = \frac{2}{3}$
 $1 \sin \theta - 1 \cos \theta = ? \Rightarrow \sqrt{1^2 + 1^2 - (\frac{2}{3})^2} \Rightarrow \sqrt{2 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{14}}{3}$ Ans

15) $1 \sin \theta + 1 \cos \theta = \frac{17}{13}$
 $1 \sin \theta - 1 \cos \theta = ? \Rightarrow \sqrt{1^2 + 1^2 - (\frac{17}{13})^2} \Rightarrow \sqrt{2 - \frac{289}{169}} \Rightarrow \sqrt{\frac{49}{169}} = \frac{7}{13}$ Ans

16) $3 \sin \theta + 4 \cos \theta = 5$, $\tan \theta = ?$
 $4 \sin \theta - 3 \cos \theta = \sqrt{3^2 + 4^2 - 5^2} = 0$
 $4 \sin \theta - 3 \cos \theta = 0$
 $4 \sin \theta = 3 \cos \theta$
 $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4}$
 $\therefore \tan \theta = \frac{3}{4}$ Ans

$$\textcircled{\text{OR}} \quad 3 \sin \theta + 4 \cos \theta = 5$$

$$\downarrow$$

P

$$\downarrow$$

B
(3, 4, 5 \rightarrow Triplet(समकोण Δ की भुजा)

अगर Triplet बन रहा हो तो \sin के साथ वाला P (लम्ब) तथा \cos के साथ वाला B (आधार) होता है।

$$\therefore \tan \theta = \frac{P}{B} = \frac{3}{4} \quad \underline{\text{Ans}}$$

CLASS

66

By: Pardeep Chhoker

7206446517

$$\textcircled{7} \quad (a^2 - b^2) \sin \theta + 2ab \cos \theta = a^2 + b^2, \quad \tan \theta = ?$$

$$\downarrow$$

P

$$\downarrow$$

B

Triplet बन रहा है

$$\therefore \tan \theta = \frac{a^2 - b^2}{2ab} \quad \underline{\text{Ans}}$$



$$\textcircled{18} \quad x \sin \theta - y \cos \theta = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

कौन सा विकल्प सही है

$$x \sin \theta - y \cos \theta = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sin \theta + \frac{(-y)}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cos \theta = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{y^2}{(x^2 + y^2)a^2} + \frac{x^2}{(x^2 + y^2)b^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2 + y^2} \left(\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} \right) = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

$$\therefore \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$\textcircled{\text{A}} \quad \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\textcircled{\text{B}} \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\textcircled{\text{C}} \quad \frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$\textcircled{\text{D}} \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\textcircled{*} \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sin \theta + \frac{-y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cos \theta = 1$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\frac{-y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

19) $10\sin^4\theta + 15\cos^4\theta = 6$
 $27\operatorname{cosec}^6\theta + 8\sec^6\theta = ?$

$\Rightarrow \frac{10}{6}\sin^4\theta + \frac{15}{6}\cos^4\theta = 1$

$\left(\frac{5}{3}\right)\sin^4\theta + \left(\frac{5}{2}\right)\cos^4\theta = 1$

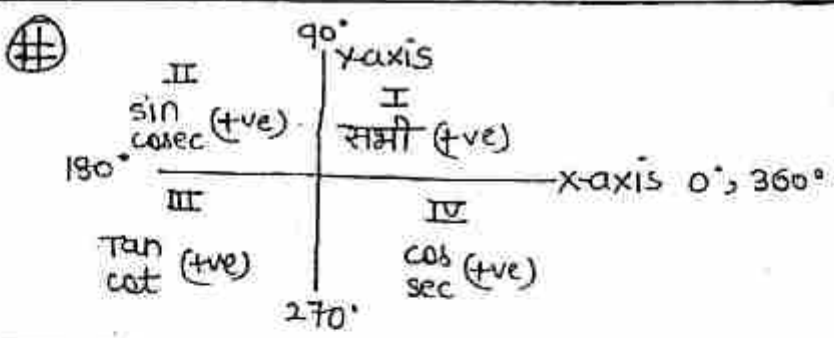
$\frac{1}{\sin^2\theta} \quad \frac{1}{\cos^2\theta} \quad (\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1)$

$\frac{1}{\sin^2\theta} = \operatorname{cosec}^2\theta = \frac{5}{3}$

$\frac{1}{\cos^2\theta} = \sec^2\theta = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow 27(\operatorname{cosec}^2\theta)^3 + 8(\sec^2\theta)^3$
 $= 27\left(\frac{5}{3}\right)^3 + 8\left(\frac{5}{2}\right)^3$
 $= 27 \times \frac{125}{27} + 8 \times \frac{125}{8} = 250 \text{ Ans}$

20) $3\sin\theta + 4\cos\theta = 5$
 $\left(\frac{3}{5}\right)\sin\theta + \left(\frac{4}{5}\right)\cos\theta = 1$
 $\sin\theta \quad \cos\theta$
 $\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
 $\therefore \sin\theta = \frac{3}{5}, \cos\theta = \frac{4}{5}$



20) $3\tan\theta - 4 = 0$, θ पहले Quadrant में नहीं है।

$5\sin 2\theta + 3\sin\theta + 4\cos\theta = ?$

$\tan\theta = \frac{4}{3} = \frac{P}{B}$

$H = 5$

($\tan\theta = \frac{4}{3}$ +ve है। So θ तीसरे Quadrant में है)

$\Rightarrow 5 \times 2\sin\theta\cos\theta + 3\sin\theta + 4\cos\theta$

$\Rightarrow 10\left(-\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{3}{5}\right) + 3\left(-\frac{4}{5}\right) + 4\left(-\frac{3}{5}\right)$

$\Rightarrow \frac{24}{5} - \frac{12}{5} - \frac{12}{5} = 0 \text{ Ans.}$

\sin, \cos तीसरे Quadrant में (-ve) होते हैं इसलिए (+ve) मान लिए गए हैं।

(x-axis $\pm \theta$) \rightarrow कोई बदलाव नहीं

$$\sin(360+\theta) = +\sin\theta$$

$$\cos(180-\theta) = -\cos\theta$$

$$\tan(180+\theta) = +\tan\theta$$

+ या - का चिह्न
Quadrant के हिसाब
से आयेगा.

Q1) A, B, C, D किसी चक्रीय चतुर्भुज के कोण हैं।

$$\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = ?$$

$$A+C = 180^\circ \quad | \quad B+D = 180^\circ$$

$$C = 180-A \quad | \quad D = 180-B$$

$$\therefore \cos A + \cos B + \cos(180-A) + \cos(180-B)$$

$$\Rightarrow \cancel{\cos A} + \cancel{\cos B} - \cancel{\cos A} - \cancel{\cos B}$$

$$= 0 \text{ Ans}$$

(180-A) = दूसरा Quadrant
दूसरे Quadrant में \cos
(-ve) होता है।



Q22) $\sin 10^\circ + \sin 20^\circ + \dots + \sin 340^\circ + \sin 350^\circ$

$$\Rightarrow \sin(360-350) + \sin(360-340) + \dots + \sin 180 + \dots + \sin 340 + \sin 350$$

$$\Rightarrow -\cancel{\sin 350} - \cancel{\sin 340} \dots + \sin 180 + \dots + \cancel{\sin 340} + \cancel{\sin 350}$$

$$\Rightarrow \sin 180^\circ \Rightarrow \sin(180+\theta) \Rightarrow -\sin\theta \Rightarrow 0 \text{ Ans}$$

(y-axis $\pm \theta$)
ऐसे बदलाव होगा

$$\sin\theta \leftrightarrow \cos\theta$$

$$\tan\theta \leftrightarrow \cot\theta$$

$$\operatorname{cosec}\theta \leftrightarrow \sec\theta$$

$$\tan(270+\theta) = -\cot\theta$$

$$\sin(270+\theta) = -\cos\theta$$

$$\sec(90+\theta) = -\operatorname{cosec}\theta$$

\downarrow
Quadrant में इसको check करना है

Q3) If $A+B = 90^\circ$
 $\sin^2 A + \sin^2 B = ?$
 $A+B = 90^\circ \Rightarrow B = 90-A$
 $\sin^2 A + \sin^2(90-A)$
 $\sin^2 A + \cos^2 A$
 $= 1$ Ans.

यदि $A+B = 90^\circ$
 तब $\sin^2 A + \sin^2 B = 1$
 $\cos^2 A + \cos^2 B = 1$
 $\sin A \cdot \sec B = 1$
 $\cos A \cdot \operatorname{cosec} B = 1$
 $\tan A \cdot \tan B = 1$
 $\cot A \cdot \cot B = 1$
 $\sin A = \cos B$
 $\tan A = \cot B$
 $\operatorname{cosec} A = \sec B$

Q4) If $A+B = 90^\circ$
 $\sin A \cdot \sec B = ?$
 $A+B = 90 \Rightarrow B = (90-A)$
 $\sin A \cdot \sec(90-A)$
 $\sin A \cdot \operatorname{cosec} A$
 $\sin A \cdot \frac{1}{\sin A} = 1$ Ans.

Q5) If $A+B = 90^\circ$
 $\tan A \cdot \tan B = ?$
 $\tan A \cdot \tan(90-A)$
 $\tan A \cdot \cot A$
 $\tan A \cdot \frac{1}{\tan A} = 1$ Ans

Q7) $\operatorname{cosec} 51^\circ = x$
 $\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 51^\circ} + \sin^2 39^\circ + \tan^2 39^\circ = \frac{1}{\sin 51^\circ \sec 39^\circ}$
 $\sin^2 51^\circ + \sin^2 39^\circ$
 (1)
 $(\because 51+39 = 90)$

Q6) $\sin(3x-6) = \cos(6x-3)$
 $x = ?$
 $\sin A = \cos B, \therefore A+B = 90^\circ$
 $\therefore 3x-6 + 6x-3 = 90$
 $9x = 99$
 $x = 11$

$\Rightarrow \cancel{\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 51^\circ}} + \tan^2 39^\circ \cancel{-}$
 $\Rightarrow \tan^2 39^\circ$
 $\Rightarrow \tan^2 39^\circ = \sec^2 39^\circ - 1$
 $\Rightarrow x^2 - 1$ Ans

$\operatorname{cosec} 51^\circ = x$
 $\operatorname{cosec}(90-39) = x$
 $\sec 39^\circ = x$



$$\boxed{28} \quad \cot 18^\circ \left[\cos^2 68^\circ \cdot \cot 72^\circ + \frac{1}{\sec^2 22^\circ \cdot \tan 72^\circ} \right]$$

175

$$\Rightarrow \cot 18^\circ \left[\cos^2 68^\circ \cdot \cot 72^\circ + \cos^2 22^\circ \cdot \cot 72^\circ \right]$$

$$\Rightarrow \underbrace{\cot 18^\circ \cdot \cot 72^\circ}_{(1)} \left[\underbrace{\cos^2 68^\circ + \cos^2 22^\circ}_{(1)} \right]$$

$$\Rightarrow 1 \times 1 = 1 \quad \underline{\text{Ans}}$$



$$\boxed{29} \quad \sin^2 1^\circ + \sin^2 5^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$$

$$\sin^2 1^\circ + \sin^2 5^\circ + \sin^2 9^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{No. of terms} &= \frac{\text{आखिरी} - \text{पहली}}{d} + 1 \\ &= \frac{89 - 1}{4} + 1 = 23 \end{aligned}$$

$$\text{जोड़} = \frac{23}{2} = 11\frac{1}{2}$$

$$\therefore 11\frac{1}{2} + \sin^2 90^\circ = 11\frac{1}{2} + 1 = \frac{25}{2} \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$\boxed{30} \quad \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$$

$$\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ = 1 \quad (\because \sin^2 A + \sin^2 B = 1$$

$$\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ = 1 \quad \text{if } A+B=90)$$

$$\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ = 1$$

$$\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ = 1$$

$$\sin^2 90^\circ = \frac{1}{5} \quad \underline{\text{Ans}}$$



$$\boxed{\text{OR}} \quad \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 90^\circ$$

वहाँ तक terms देखनी हैं जहाँ तक $\theta_1 + \theta_2$ का 90° का जोड़ा बने

$$\text{Terms की संख्या} = \frac{80 - 10}{10} + 1 = 8$$

$$\text{बस श्रेणी का जोड़} = \frac{\text{no. of terms}}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\sin^2 90^\circ \text{ श्रेणी से अलग बचा है } \therefore \sin^2 90^\circ = 1$$

$$\therefore \text{ऊपर दी गई श्रेणी का कुल जोड़} = 4 + 1 = 5 \quad \underline{\text{Ans}}$$



(31) $\cos^2 1 + \cos^2 3 + \dots + \cos^2 90$

$\cos^2 1 + \cos^2 3 + \cos^2 5 + \dots + \cos^2 89 + \cos^2 90$

$n = \frac{89-1}{2} + 1 = 45$

जोड़ = $\frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{45}{2} + \underbrace{\cos^2 90}_0 = \frac{45}{2}$ Ans

इसे भाग इसलिये करते हैं क्योंकि 2 जोड़ों का योग 1 आयेगा

(32) $\sin^2 \frac{\pi}{40} + \sin^2 \frac{2\pi}{40} + \sin^2 \frac{3\pi}{40} + \dots + \sin^2 \frac{20\pi}{40}$

$\sin^2 \frac{\pi}{40} + \sin^2 \frac{2\pi}{40} + \dots + \sin^2 \frac{19\pi}{40} + \sin^2 \frac{20\pi}{40}$

$n = 19$

जोड़ = $\frac{19}{2}$

$\therefore \frac{19}{2} + \sin^2 \frac{20\pi}{40}$

$\frac{19}{2} + \underbrace{\sin^2 90}_1 \Rightarrow \frac{19}{2} + 1 \Rightarrow \frac{21}{2}$ Ans

(*) $\frac{\pi}{40} + \frac{19\pi}{40}$

$\frac{\pi + 19\pi}{40} = \frac{20\pi}{40}$

$= \frac{\pi}{2}$ (90 का pair बन रहा है)

(33) A, B, C किसी त्रिभुज के शीर्ष हैं।

$\cos^2 \frac{A}{2} + \cos^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{C}{2} + \cos^2 \left(\frac{A+B}{2}\right) + \cos^2 \left(\frac{B+C}{2}\right) + \cos^2 \left(\frac{C+A}{2}\right) = ?$

$\cos^2 \left(\frac{A}{2}\right) + \cos^2 \left(\frac{B+C}{2}\right)$

90° का pair बन रहा है।

$\therefore \cos^2 A + \cos^2 B = 1$ ($\because A+B=90$)

$\therefore \cos^2 \frac{A}{2} + \cos^2 \frac{B+C}{2} = 1$

ऐसे 3 pair हैं

$\therefore 1+1+1 = 3$ Ans

(*) $\frac{A}{2} + \frac{B+C}{2}$

$= \frac{A+B+C}{2} = \frac{180}{2} = 90^\circ$



$$\begin{aligned} \textcircled{\#} \quad \cos(-\theta) &= +\cos\theta & \operatorname{cosec}(-\theta) &= -\operatorname{cosec}\theta \\ \sin(-\theta) &= -\sin\theta & \sec(-\theta) &= +\sec\theta \\ \tan(-\theta) &= -\tan\theta & \cot(-\theta) &= -\cot\theta \end{aligned}$$

$$\textcircled{34} \quad \frac{\cos(90+A) \cdot \sec(360-A) \cdot \tan(180-A)}{\sec(A-720) \cdot \sin(A+540) \cdot \cot(A-90)} = ?$$

$$\Rightarrow \frac{(-)\sin A \cdot \sec A \cdot (-)\tan A}{\sec A \cdot (-)\sin A \cdot (-)\tan A}$$

$$\therefore \sin(540+A) \rightarrow \text{तीसरा Quad.}$$

$$\therefore \sin \doteq (-ve)$$

$$\Rightarrow 1 \text{ Ans}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{*} \quad \sec(A-720) & \\ &= \sec(-(720-A)) \\ &= \sec(720-A) \\ &= \sec A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{*} \quad \cot(A-90) & \\ &= \cot[-(90-A)] \\ &= -\cot(90-A) \\ &= -\tan A \end{aligned}$$

$$\textcircled{35} \quad x = y \cos \frac{2\pi}{3} = z \cos \frac{4\pi}{3}$$

$$xy + yz + zx = ?$$

$$x = y \cos \frac{2\pi}{3} = z \cos \frac{4\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{2\pi}{3} = \cos 120 = \cos(180-60) = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{4\pi}{3} = \cos 240 = \cos(180+60) = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{y}{2} = -\frac{z}{2} = K$$

$$x = K \quad | \quad y = -2K \quad | \quad z = -2K$$

$$\begin{aligned} \therefore xy + yz + zx &= K(-2K) + (-2K)(-2K) + (-2K)K \\ &= -2K^2 + 4K^2 - 2K^2 = 0 \quad \text{Ans} \end{aligned}$$

OR put values.

$$x = 1 \quad \left| \begin{array}{l} -\frac{y}{2} \\ y = -2 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} -\frac{z}{2} \\ z = -2 \end{array} \right|$$

$$\therefore xy + yz + zx = -2 \times 1 + (-2)(-2) + (-2) \times 1 \Rightarrow -2 + 4 - 2 = 0 \quad \text{Ans}$$



36) $\sin(A+B-C) = \cos(A+C-B) = \tan(B+C-A) = 1$

$A+B+C = ?$

$\sin(A+B-C) = 1$	$\cos(A+C-B) = 1$	$\tan(B+C-A) = 1$
$\therefore \sin 90^\circ = 1$	$\therefore \cos 0 = 1$	$\tan 45 = 1$
$\therefore A+B-C = 90$	$\therefore A+C-B = 0$	$\therefore B+C-A = 45^\circ$

$\Rightarrow A+B-C = 90$
 $A+C-B = 0$

 $2A = 90$
 $A = 45$

$B+C-A = 45$
 $A+C-B = 0$

 $2C = 45$
 $C = \frac{45}{2}$

$A+C-B = 0$
 $45 + \frac{45}{2} = B$
 $\therefore B = \frac{135}{2}$

$\Rightarrow A+B+C = 45 + \frac{45}{2} + \frac{135}{2} = 135$ Ans

37) $\frac{\tan 57 + \cot 37}{\tan 33 + \cot 53}$

$\frac{\tan 57 + \cot 37}{\tan(90-57) + \cot 53}$

$\Rightarrow \frac{\tan 57 + \frac{1}{\tan 37}}{\cot 57 + \cot(90-53)}$

$\Rightarrow \frac{(\tan 57 \cdot \tan 37) + 1}{\tan 37}$

 $\frac{(\tan 57 \cdot \tan 37) + 1}{\tan 57}$

- (A) $\tan 33 \cdot \cot 53$
- (B) $\tan 53 \cdot \cot 37$
- (C) $\tan 33 \cdot \cot 57$
- (D) $\tan 57 \cdot \cot 37$

$\Rightarrow \frac{\tan 57 + \frac{1}{\tan 37}}{\frac{1}{\tan 57} + \tan 37}$

$\Rightarrow \frac{1}{\tan 37} \times \tan 57$

$\Rightarrow \tan 57 \cdot \cot 37$ Ans



38) $\tan 40 + 2 \tan 10 = ?$

$40+10 = 50$
 $\tan(40+10) = \tan 50$

$\frac{\tan 40 + \tan 10}{1 - \tan 40 \tan 10} = \tan 50$

- (A) $\tan 40$
- (B) $\cot 40$
- (C) $\sin 40$
- (D) $\cos 40$

* $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B}$

$$\tan 40 + \tan 10 = \tan 50 - \tan 50 \cdot \tan 40 \cdot \tan 10$$

179

①

($\because \tan A \cdot \tan B = 1$ if $A+B=90^\circ$)

$$\Rightarrow \tan 40 + \tan 10 = \tan 50 - \tan 10$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \tan 40 + 2 \tan 10 &= \tan 50 \\ &= \tan (90-40) \\ &= \cot 40 \quad \text{Ans.}\end{aligned}$$



#

$$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \cdot \tan B}$$

$$\tan(45+\theta) = \frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta} = \frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \sin \theta}$$

$$\tan(45-\theta) = \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} = \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta}$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$\textcircled{39} \quad \frac{\cos 15 - \sin 15}{\cos 15 + \sin 15} = ?$$

$$\Rightarrow \tan(45-15)$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{Ans.}$$



#

$$\sin \theta \cdot \sin(60-\theta) \cdot \sin(60+\theta) = \frac{1}{4} \sin 3\theta$$

$$\cos \theta \cdot \cos(60-\theta) \cdot \cos(60+\theta) = \frac{1}{4} \cos 3\theta$$

$$\tan \theta \cdot \tan(60-\theta) \cdot \tan(60+\theta) = \tan 3\theta$$

180

$$\boxed{40} \quad \sin \underset{\theta}{2\theta} \cdot \sin \underset{60-\theta}{4\theta} \cdot \sin \underset{60+\theta}{6\theta} = ?$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \sin 3\theta \Rightarrow \frac{1}{4} \sin 60 \Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8} \text{ Ans}$$

41

$$\cos \underset{\theta}{12} \cdot \cos \underset{\phi}{24} \cdot \cos \underset{60-\phi}{36} \cdot \cos \underset{60-\theta}{48} \cdot \cos 60 \cdot \cos \underset{60+\theta}{72} \cdot \cos \underset{60+\phi}{84} = ?$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \cos 3\theta \times \frac{1}{4} \cos 3\phi \times \cos 60$$

$$\cos 36 = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \cos(3 \times 12) + \frac{1}{4} \cos(3 \times 24) \times \cos 60$$

$$\cos 72 = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \cos 36 + \frac{1}{4} \cos 72 \times \cos 60$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{(\sqrt{5}+1)}{4} + \frac{1}{4} \frac{(\sqrt{5}-1)}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{(\sqrt{5})^2 - (1)^2}{4 \times 4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{4}{4 \times 4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{128} \text{ Ans}$$



42

$$\sin \frac{\pi}{9} \cdot \sin \frac{5\pi}{9} \cdot \sin \frac{7\pi}{9} \cdot \sin \frac{3\pi}{9}$$

$$\Rightarrow \sin 20 \cdot \sin 100 \cdot \sin 140 \cdot \sin 60$$

$$\Rightarrow \sin 20 \cdot \sin(180-80) \cdot \sin(180-40) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin 20 \cdot \sin 80 \cdot \sin 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \sin 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} \sin 60 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{3}{16} \text{ Ans}$$

43 $\frac{\sin 2x}{\sin \frac{x}{4}}$

$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$

$\Rightarrow 2 \sin x \cos x \Rightarrow 2 \sin 2\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \cos x \Rightarrow 4 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos x$

$\Rightarrow 4 \sin 2\left(\frac{x}{2 \times 2}\right) \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos x$

$\Rightarrow \frac{4 \times 2 \sin \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos x}{\sin \frac{x}{4}}$

$\sin \frac{x}{4}$



$\Rightarrow 8 \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos x$ Ans

OR ये देखो formula कितनी बार Apply किया है।

2x से x पर गए	एक बार $\cos \frac{x}{4}$ बचेगा	
x से $\frac{x}{2}$ पर गए		एक बार $\cos \frac{x}{2}$ बचेगा
$\frac{x}{2}$ से $\frac{x}{4}$ पर गए		और $\cos x$ बचेगा
3 बार		

$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos x$ Ans.

44 $\frac{\sin x}{\sin \frac{x}{16}}$

$\Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \cdot \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{4} \cos \frac{x}{8} \cdot \cos \frac{x}{16}$

$\Rightarrow 16 \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{8} \cdot \cos \frac{x}{16}$ Ans.

45 if $A+B = \frac{\pi}{4}$ तब $(\cot A - 1)(\cot B - 1) = ?$

$A+B = \frac{\pi}{4}$

$\cot(A+B) = \cot\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\cot(A+B) = \cot 45^\circ$

$$\Rightarrow \frac{\cot A \cot B - 1}{\cot A + \cot B} \neq \frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow \cot A \cot B - 1 = \cot A + \cot B$$

$$\Rightarrow \cot A \cot B - 1 - \cot A - \cot B = 0$$

$$\Rightarrow \cot A [\cot B - 1] - 1 - \cot B + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \cot A [\cot B - 1] - 1 [\cot B - 1] = 2$$

$$\Rightarrow (\cot A - 1) (\cot B - 1) = 2 \text{ Ans}$$

46) यदि $A+B+C=180^\circ$, $\tan A + \tan B + \tan C = ?$

$$A+B = 180 - C$$

$$\tan(A+B) = \tan(180 - C)$$

$$\Rightarrow \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \frac{-\tan C}{1}$$



$$\Rightarrow \tan A + \tan B = -\tan C + \tan A \tan B \tan C$$

$$\Rightarrow \text{i) } \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$$

$$\text{ii) } \frac{1}{\tan B \cdot \tan C} + \frac{1}{\tan A \cdot \tan C} + \frac{1}{\tan A \cdot \tan B} = 1$$

$$\text{iii) } \cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A = 1$$

47) $1 + \sin x + \sin^2 x + \sin^3 x + \dots \dots \dots \infty = 4 + 2\sqrt{3} \mid x = ?$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \text{ (4P सेणी)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-\sin x} = 4 + 2\sqrt{3} \times \frac{(4-2\sqrt{3})}{(4-2\sqrt{3})}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-\sin x} = \frac{4}{4-2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-\sin x} = \frac{\frac{4}{4}}{\frac{4}{4} - \frac{2\sqrt{3}}{4}} \text{ (4 से भाग)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-\sin x} = \frac{1}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

comparing both sides

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x = \sin 60 \quad \therefore \boxed{x=60} \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$(48) \sin^2(40+2x) + \sin^2(50-2x) = ?$$

$$40+\cancel{2x} + 50-\cancel{2x} = 90$$

$$\therefore \sin^2(40+2x) + \sin^2(50-2x) = 1 \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$(49) \cos 15 \cdot \cos 7\frac{1}{2} \cdot \sin 7\frac{1}{2} = ?$$

$$\Rightarrow \cos 15 \cdot \frac{1}{2} [2 \cos 7\frac{1}{2} \cdot \sin 7\frac{1}{2}]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cos 15 \times \sin 15$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2 \times 2} \times 2 \sin 15 \cdot \cos 15$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \sin 30 \Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \quad \underline{\text{Ans}}$$



$$(50) \cos 20 \cdot \cos 40 \cdot \cos 60 \cdot \cos 80 = ?$$

$\begin{matrix} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \theta & & 60-\theta & & 60+\theta \end{matrix}$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \cos 3 \times 20 \cdot \cos 60 \Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16} \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$(51) \sin 12 \cdot \sin 48 \cdot \sin 54 = ?$$

$$\sin 12 \cdot \sin 48 \cdot \sin 72 \times \frac{1}{\sin 72} \times \sin 54$$

$\begin{matrix} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \theta & & (60-\theta) & & 60+\theta \end{matrix}$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \sin 3 \times 12 \times \frac{1}{\sin 72} \times \sin (90-36)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \sin 36 \times \cos 36 \times \frac{1}{\sin 72}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4 \times 2} \cdot 2 \sin 36 \cdot \cos 36 \times \frac{1}{\sin 72}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} \sin 72 \times \frac{1}{\sin 72} = \frac{1}{8} \text{ Ans}$$

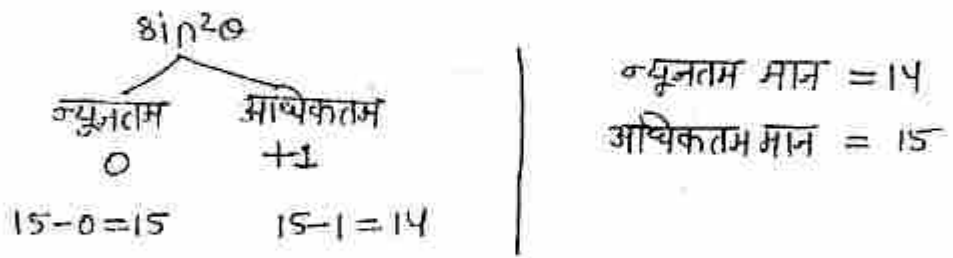
MAXIMA & MINIMA



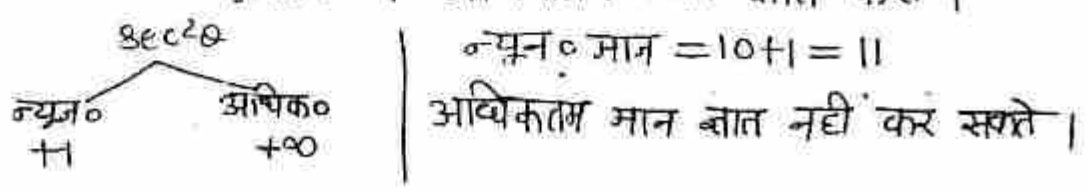
	min (न्यूनतम)	max (अधिकतम)
$\sin \theta, \cos \theta$ (विषम घात)	-1	+1
$\sin^2 \theta, \cos^2 \theta$ (सम घात)	0	+1
$\tan \theta, \cot \theta$ (विषम घात)	$-\infty$	$+\infty$
$\tan^4 \theta, \cot^4 \theta$ (सम घात)	0	$+\infty$
$\sec \theta, \operatorname{cosec} \theta$ (विषम घात)	$-\infty$	$+\infty$
$\sec^4 \theta, \operatorname{cosec}^4 \theta$ (सम घात)	+1	$+\infty$

52) $15 + \sin^2 \theta$ का अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करो।
 न्यूनतम मान = $15 + 0 = 15$
 अधिकतम मान = $15 + 1 = 16$

53) $15 - \sin^2 \theta$ की अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करो।



54) $10 + 3 \sec^2 \theta$ न्यूनतम व अधिकतम मान ज्ञात करो।

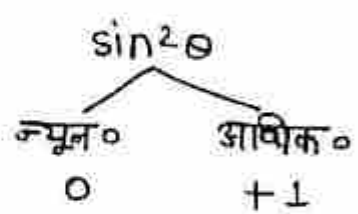


55. $15 \sin^2 \theta + 10 \cos^2 \theta$ की न्यूनतम व अधिकतम मान ज्ञात करो

$$\Rightarrow 15 \sin^2 \theta + 10(1 - \sin^2 \theta)$$

$$\Rightarrow 15 \sin^2 \theta + 10 - 10 \sin^2 \theta$$

$$\Rightarrow 10 + 5 \sin^2 \theta$$



$10 + 0 = 10 \rightarrow$ न्यूनतम मान

$10 + 5 = 15 \rightarrow$ अधिकतम मान



$a \sin^2 \theta + b \cos^2 \theta$

यदि $a > b$	यदि $a < b$
अधिक = a	अधिक = b
न्यून = b	न्यून = a

$\sin^n \theta \cdot \cos^n \theta$

अधिकतम = $\frac{1}{2^n}$

यदि $n \rightarrow$ सम
न्यूनतम = 0

यदि $n \rightarrow$ विषम
न्यूनतम = $-\frac{1}{2^n}$

56. $\sin^{10} \theta \cdot \cos^{10} \theta$ अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करो।

अधिकतम = $\frac{1}{2^{10}}$

न्यूनतम = 0 ($\because n \rightarrow$ सम)

57. $\sin^5 \theta \cdot \cos^5 \theta$ न्यूनतम मान ज्ञात करो।

न्यूनतम = $-\frac{1}{2^n} = -\frac{1}{2^5} = -\frac{1}{32}$ Ans

58. $\sin^8 \theta + \cos^{14} \theta$, अधिकतम मान = ?

अधिकतम मान = 1

$\sin^{2n} \theta + \cos^{2m} \theta$

अधिकतम = 1

59. $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta$, अधिकतम मान = ?

अधिकतम मान = 1

$$\# \quad \begin{aligned} \sin^4 \theta + \cos^4 \theta &= 1 - 2\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \\ \sin^6 \theta + \cos^6 \theta &= 1 - 3\sin^2 \theta \cos^2 \theta \end{aligned}$$

60) $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta$ अधिकतम व न्यूनतम मान क्या होगा.

$$\sin^4 \theta + \cos^4 \theta = 1 - 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\Rightarrow 1 - 2(0) = 1$$

$$\text{और } \Rightarrow 1 - 2\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{न्यूनतम मान} = \frac{1}{2}$$

$$\text{अधिकतम मान} = 1$$



$$\begin{array}{l} \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ \text{न्यून } 0 \\ = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{अधिक} \\ = \frac{1}{2^2} \\ = \frac{1}{4} \end{array}$$

By Pardeep Choker

7206446517

#

$$\sin^{2n} \theta + \cos^{2m} \theta$$

$$\text{अधिकतम} = +1$$

$$\text{न्यूनतम} = \text{put } \theta = 45^\circ$$

#

$$a \sin \theta + b \cos \theta$$

$$\text{अधिकतम} = +\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{न्यूनतम} = -\sqrt{a^2 + b^2}$$

61) $\sin^2 \theta + \cos^4 \theta$ अधिकतम तथा न्यूनतम मान ज्ञात करो।

$$\text{अधिकतम} = 1$$

$$\text{न्यूनतम} = \text{put } \theta = 45^\circ$$

$$= \sin^2 45^\circ + \cos^4 45^\circ$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} \text{ Ans}$$

62) $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta$, अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करो।

$$\text{अधिकतम} = 1$$

$$\text{न्यूनतम} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6$$

$$\text{put } \theta = 45^\circ$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow \frac{1}{4} \text{ Ans}$$

(63) $3 \sin \theta + 4 \cos \theta$. न्यूनतम मान ज्ञात करो।

$$-\sqrt{3^2+4^2} = -5 \text{ Ans}$$

(64) $27 \sin^3 \theta \times 81 \cos^3 \theta$

अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करो।

$$\Rightarrow 3^3 \sin^3 \theta \times 3^4 \cos^3 \theta$$

$$\Rightarrow 3^7 (\sin^3 \theta + \cos^3 \theta)$$

$$* 3 \sin \theta + 4 \cos \theta$$

$$\text{अधिकतम} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$$

$$\text{न्यूनतम} = -5$$

$$\therefore \text{अधिकतम} = 3^7$$

$$\text{न्यूनतम} = 3^{-7} \text{ Ans}$$

(65) $10 \sin \theta \cdot \cos \theta + 1 - 2 \sin^2 \theta$. अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात करो

$$\Rightarrow 5 \times 2 \sin \theta \cos \theta + 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$\Rightarrow 5 \sin 2\theta + 1 \cos 2\theta$$

$$\text{अधिकतम} = +\sqrt{5^2+1^2} = +\sqrt{26}$$

$$\text{न्यूनतम} = -\sqrt{26}$$



$$\begin{aligned} \# \cos 2\theta &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ &= 2 \cos^2 \theta - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 \theta \\ &= \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} \\ 1 + \cos 2\theta &= 2 \cos^2 \theta \end{aligned}$$

(66) $4 \tan^2 \theta + 25 \cot^2 \theta$. न्यूनतम मान ज्ञात करो

$$\text{न्यूनतम मान} = 2\sqrt{4 \times 25}$$

$$= 2\sqrt{100}$$

$$= 20 \text{ Ans}$$

$$\begin{aligned} \# a \tan^2 \theta + b \cot^2 \theta \\ \text{न्यूनतम} &= 2\sqrt{ab} \\ \text{अधिकतम} &= \infty \end{aligned}$$

(67) $4 \sec^2 \theta + 25 \operatorname{cosec}^2 \theta$. न्यूनतम मान क्या होगा ?

$$\Rightarrow 4(1 + \tan^2 \theta) + 25(1 + \cot^2 \theta)$$

$$\Rightarrow 4 + 4 \tan^2 \theta + 25 + 25 \cot^2 \theta$$

$$\Rightarrow 29 + \underbrace{4 \tan^2 \theta + 25 \cot^2 \theta}_{\text{न्यूनतम} = 20}$$

$$\therefore \text{न्यूनतम मान} =$$

$$29 + 20 = 49 \text{ Ans}$$

#

$a \sin^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$
 if $a < b$
 न्यूनतम = $a+b$
 if $a > b$
 न्यूनतम = $2\sqrt{ab}$

$a \cos^2 \theta + b \sec^2 \theta$
 if $a < b$
 न्यूनतम = $a+b$
 if $a > b$
 न्यूनतम = $2\sqrt{ab}$

(68) $4 \sin^2 \theta + 25 \operatorname{cosec}^2 \theta$. न्यूनतम मान ज्ञात करो
 न्यूनतम मान = $4+25 = 29$

(69) $4 \operatorname{cosec}^2 \theta + 25 \sin^2 \theta$. न्यूनतम मान ज्ञात करो।
 न्यूनतम मान = $2\sqrt{4 \times 25} = 20$

(70) $25 \operatorname{cosec}^2 \theta + 25 \sin^2 \theta$. न्यूनतम मान ज्ञात करो
 $2\sqrt{25 \times 25}$ | or $25+25$
 2×25 | $= 50$ Ans
 $= 50$ Ans

(71) $\sin^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta$. न्यूनतम मान ज्ञात करो
 न्यूनतम = $1+1 = 2$

(72) $\cos^2 \theta + \sec^2 \theta$. न्यूनतम मान ज्ञात करो.
 $1+1 = 2$ Ans //

(73) $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta$. न्यूनतम मान ज्ञात करो।
 $= 2\sqrt{1 \times 1} = 2$ Ans

(74) $\sin^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$. न्यूनतम मान = ?
 $\Rightarrow 1+1 + \cot^2 \theta + 1 + \tan^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$
 $\Rightarrow 3 + 2 \tan^2 \theta + 2 \cot^2 \theta$
 $\Rightarrow 3 + 2\sqrt{2 \times 2}$
 $\Rightarrow 3 + 4 = 7$ Ans
 * $\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$
 * $\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$

CLASS
69

By Pardeep Chhoker
7206446517

#

$$\frac{1}{\cos 2\theta} = \frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

Value putting

i) \sin, \cos हो तो $\theta = 0^\circ, 90^\circ$
रख कर देखो

ii) \sin, \cos, \tan हो तो $\theta = 45^\circ$ रखों
हर में zero (0) नहीं बनना चाहिए

75 $(1 - 2\sin^2 \theta) \left[\frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta} + \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} \right]$ का मान ज्ञात करो।

$$\cos 2\theta \left[\frac{(1 + \tan \theta)^2 + (1 - \tan \theta)^2}{(1 - \tan \theta)(1 + \tan \theta)} \right]$$

$$\cos 2\theta \left[\frac{2(1 + \tan^2 \theta)}{(1 - \tan^2 \theta)} \right]$$

$$\cos 2\theta \times 2 \cdot \frac{1}{\cos 2\theta} = 2 \text{ Ans}$$

OR put $\theta = 0^\circ$

$$1 \left[\frac{1}{1} + \frac{1}{1} \right] = 2 \text{ Ans}$$

76 $\sqrt{2 + \sqrt{2 + 2\cos 4\theta}}$

(A) $2 \tan \theta$ (B) $2 \sin \theta$

(C) $2 \cos \theta$ (D) $\cos \theta$

$$= \sqrt{2 + \sqrt{2(1 + \cos 4\theta)}}$$

$$= \sqrt{2 + \sqrt{2 \times 2 \cos^2 2\theta}}$$

$$= \sqrt{2 + 2 \cos 2\theta}$$

$$= \sqrt{2(1 + \cos 2\theta)}$$

$$= \sqrt{2 \times 2 \cos^2 \theta}$$

$$= 2 \cos \theta \text{ Ans}$$

OR put $\theta = 0^\circ$

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 \times 2}} = \sqrt{4} = 2$$

विकल्प C satisfies.

77) यदि $x = \sin\theta + \cos\theta$
 $y = \sec\theta + \csc\theta$

$\therefore y = ?$

(A) $\frac{2x}{x^2-1}$

(B) $\frac{2x}{x^2+1}$

(C) $\frac{x}{x^2+1}$

(D) $\frac{x}{x^2-1}$

190

$$y = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{1}{\sin\theta}$$

$$y = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\cos\theta \cdot \sin\theta}$$

$$y = \frac{2(\sin\theta + \cos\theta)}{2\sin\theta \cos\theta}$$

$$y = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$x^2 = \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta \cos\theta$$

$$x^2 - 1 = 2\sin\theta \cos\theta$$

OR put $\theta = 45^\circ$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$y = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

option A satisfies.

78) $(1 + \csc\theta + \cot\theta)(1 - \sec\theta + \tan\theta) = ?$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right) \left(1 - \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sin\theta + 1 + \cos\theta}{\sin\theta}\right) \left(\frac{\cos\theta - 1 + \sin\theta}{\cos\theta}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{[(\sin\theta + \cos\theta) + 1][(\sin\theta + \cos\theta) - 1]}{\sin\theta \cdot \cos\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{(\sin\theta + \cos\theta)^2 - (1)^2}{\sin\theta \cdot \cos\theta} \Rightarrow \frac{1 + 2\sin\theta \cos\theta - 1}{\sin\theta \cos\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{2\sin\theta \cos\theta}{\sin\theta \cos\theta} = 2 \text{ Ans}$$

OR

put $\theta = 45^\circ$

$$(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow 4 - 2$$

$$\Rightarrow 2 \text{ Ans}$$

79) $4n = \cos^n\theta + \sin^n\theta$, $2u_6 - 3u_4 + 1$ का मान ज्ञात करो।

$$\Rightarrow 2(\cos^6\theta + \sin^6\theta) - 3(\cos^4\theta + \sin^4\theta) + 1$$

$$\Rightarrow 2[1 - 3\sin^2\theta \cos^2\theta] - 3[1 - 2\sin^2\theta \cos^2\theta] + 1$$

$$\Rightarrow 2 - 6\sin^2\theta \cos^2\theta - 3 + 6\sin^2\theta \cos^2\theta + 1 \Rightarrow 0 \text{ Ans}$$

OR put $\theta = 0$

$2(1+0) - 3(1+0) + 1 \Rightarrow 2 - 3 + 1 \Rightarrow 0$ Ans

80 यदि $\tan^2 \theta = 1 - e^2$

(A) $(2 - e^2)^{3/2}$ (B) $(2 - e^2)^{1/2}$

$\sec \theta + \tan^3 \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta = ?$

(C) $(1 - e^2)^{1/2}$ (D) $(1 + e^2)^{5/2}$

$$\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin^3 \theta}{\cos^3 \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^3 \theta} \Rightarrow \frac{1}{\cos^3 \theta} = \sec^3 \theta$$

$$\Rightarrow \sec^3 \theta = 1 + \tan^2 \theta = 1 + 1 - e^2$$

$$\sec^2 \theta = 2 - e^2$$

$$\sec^3 \theta = (2 - e^2)^{3/2} \text{ Ans.}$$

OR put $\theta = 45^\circ$

$$\sqrt{2} + 1 \times \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} \Rightarrow 2 \times \sqrt{2}$$

$$= 2 \cdot 2^{1/2} \Rightarrow 2^{3/2}$$

$$\tan^2 \theta = 1 - e^2$$

$$1 = 1 - e^2$$

$e^2 = 0 \rightarrow$ put in options
option A satisfies.

81 $x \sin^3 \theta + y \cos^3 \theta = 4 \sin \theta \cos \theta$

$$\Rightarrow x \sin \theta \cdot \sin^2 \theta + y \cos^3 \theta = 4 \sin \theta \cos \theta$$

$$\Rightarrow y \cos \theta \cdot \sin^2 \theta + y \cos^3 \theta = 4 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cancel{\cos \theta} (y \sin^2 \theta + y \cos^2 \theta) = 4 \sin \theta \cancel{\cos \theta}$$

$$\Rightarrow y (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 4 \sin \theta$$

$$\boxed{y = 4 \sin \theta}$$

$$x \sin \theta - y \cos \theta = 0$$

$$\downarrow$$

$$x \sin \theta = y \cos \theta$$

y का मान रखो

$$x \sin \theta = 4 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$\boxed{x = 4 \cos \theta}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 16 \cos^2 \theta + 16 \sin^2 \theta$$

$$= 16 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$$

$$= 16 \text{ Ans}$$

OR put $\theta = 45^\circ$

$$x \sin \theta = y \cos \theta$$

$$\boxed{x = y}$$

$$\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{y}{2\sqrt{2}} = 4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{x+y}{\sqrt{2}} = 4$$

$$x+y = 4\sqrt{2}$$

$$2y = 4\sqrt{2}$$

$$y = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x = 2\sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 =$$

$$(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2$$

$$= 8 + 8 = 16 \text{ Ans}$$

82] A, B, C किसी त्रिभुज के कोण हैं जो समानान्तर श्रेणी (A.P) में हैं। $\frac{\sin A - \sin C}{\cos C - \cos A} = ?$ (A) $\sin B$ (B) $\tan B$ (C) $\cot B$ (D) $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right)$

A B C
30 60 90

$$\frac{\sin 30 - \sin 90}{\cos 90 - \cos 30} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{0 - \frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \text{option C satisfies.}$$

83] $a = \operatorname{cosec} \theta - \sin \theta$ $a^2 b^2 (a^2 + b^2 + 3) = ?$
 $b = \sec \theta - \cos \theta$

put $\theta = 45^\circ$
 $a = \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $b = \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 3 \right) = \frac{1}{4} \times 4 = 1 \text{ Ans.}$$

84] $\frac{\sin \theta - \cos \theta + 1}{\sin \theta + \cos \theta - 1} = ?$ (A) $\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$ (B) $\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$ (C) $\frac{2}{\cos \theta}$ (D) $2 \tan \theta$

$\theta = 0, 90^\circ$ पर ∞ या रहा है

$\theta = 45^\circ$ पर option A और B contradict करेंगे

so, put $\theta = 30^\circ$

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1} \Rightarrow \sqrt{3}$$

option A satisfies
 $\frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \sqrt{3}$

85] $a = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$, $b = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ (A) $\frac{a^2 + 1}{a^2 - b^2}$ (B) $\frac{a^2 - 1}{a^2 - b^2}$

$\sin^2 \beta$ का मान ज्ञात करो

(C) $\frac{a^2 - 1}{a^2 + b^2}$ (D) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$

$$a^2 = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} \quad | \quad b^2 = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta}$$

$$\cos^2 \alpha = a^2 \cos^2 \beta$$

$$+ \sin^2 \alpha = b^2 \sin^2 \beta$$

$$1 = a^2(1 - \sin^2 \beta) + b^2 \sin^2 \beta$$

$$1 = a^2 - a^2 \sin^2 \beta + b^2 \sin^2 \beta$$

$$1 - a^2 = -\sin^2 \beta (a^2 - b^2)$$

$$-\sin^2 \beta = \frac{a^2 - b^2}{1 - a^2} \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{a^2 - 1}{a^2 - b^2} \quad \underline{\underline{\text{Ans.}}}$$

By Pardeep Chhoker

7206446517

Radian (रेडियन)

$$\textcircled{\#} \pi \text{ रेडियन} = 180^\circ$$

(π^c)

$$1^c = \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{90^\circ \times 7}{22 \pi}$$

$$1^c = \frac{630^\circ}{11} = 57^\circ 16' 21''$$

$$11 \overline{) 630^\circ 757'}$$

$$\frac{55}{80}$$

$$\frac{71}{3^\circ \times 60 = 180'}$$

$$11 \overline{) 180^\circ 16'}$$

$$\frac{11}{70}$$

$$\frac{66}{4^\circ \times 60 = 240''}$$

$$11 \overline{) 240'' 21''}$$

$$\frac{22}{20}$$

$$\frac{11}{9''}$$

[86] $\frac{5}{3} \pi^c$ को डिग्री में बदलो

$$\frac{5}{3} \pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 300^\circ$$

[87] $\frac{4\pi}{15}^c$ को डिग्री में बदलो

$$\frac{4\pi}{15} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 48^\circ$$

[88] $\frac{1}{6} \pi^c$ डिग्री में बदलो

$$\frac{1}{6} \times \frac{90^\circ \times 7}{22 \pi} = \frac{105^\circ}{11}$$

$$\begin{array}{l} 11 \overline{)105^\circ 7' 9''} \\ \underline{99} \\ 6 \times 60 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 11 \overline{)2601' 32''} \\ \underline{33} \\ 30 \\ \underline{22} \\ 81 \times 60 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 11 \overline{)4801' 43''} \\ \underline{44} \\ 4011 \\ \underline{33} \\ 711 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 9^\circ 32' 43'' \text{ Ans}$$

89) $11^\circ 15'$. रेडियन में बदलो

$$11^\circ \frac{15'}{60} = 11 \frac{1}{4}^\circ = \frac{45^\circ}{4}$$

$$180^\circ = \pi^c$$

$$1^\circ = \frac{\pi^c}{180}$$

$$\frac{45^\circ}{4} \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi^c}{16} \text{ Ans.}$$

90) $13^\circ 7' 30''$. रेडियन में बदलो

$$13^\circ 7' \frac{30''}{60}$$

$$13^\circ 7\frac{1}{2}' \Rightarrow 13^\circ \frac{15'}{2} \Rightarrow 13^\circ \frac{15}{2 \times 60} \Rightarrow 13\frac{1}{8}^\circ = \frac{105^\circ}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{105}{8} \times \frac{\pi}{180} = \frac{7\pi^c}{96}$$

91) $63^\circ 14' 51''$. रेडियन में बदलो

(A) $\left(\frac{2811\pi}{8000}\right)^c$ (B) $\left(\frac{3811\pi}{8000}\right)^c$

(C) $\left(\frac{4811\pi}{8000}\right)^c$ (D) $\left(\frac{5811\pi}{8000}\right)^c$



सारे option दूर-2 हैं
approx. मान लेकर हो जायेगा.

$$180^\circ = \pi^c$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180}$$

$$60^\circ = \frac{\pi}{180} \times 60 = \left(\frac{1}{3}\pi\right)^c$$

(63 के पास)

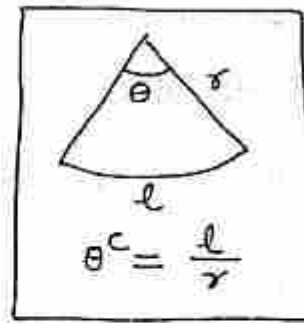
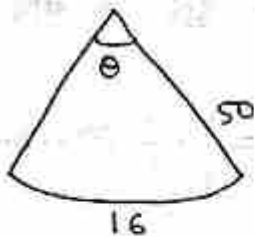
∴ option A approx. $\frac{1}{3}$ है।

$$\boxed{\text{OR}} \quad 63^\circ 14' \frac{5+17}{60-20} \Rightarrow 63^\circ 14' \frac{17}{20}$$

$$\Rightarrow 63^\circ \frac{29799}{20 \times 60} \Rightarrow 63^\circ \frac{99}{400} \Rightarrow \frac{2811}{400} \times \frac{\pi}{180} \times \frac{20}{20}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2811}{8000} \pi \right)^\circ \quad \underline{\text{Ans.}}$$

Q2 50 cm लम्बाई का एक लोलक जब घुमता है तो 16 cm की चाप बनाता है। इसके द्वारा बना कोण ज्ञात करो।



$$\theta^c = \frac{l}{r} = \frac{16}{50} = \frac{8}{25}^c$$

Q3 एक पहिया 1 सेकण्ड में 3.5 बार घुमता है। कितने समय में पहिया 55° घुमेगा

$$180^\circ = \pi^c$$

$$\frac{360^\circ}{\downarrow} = 2\pi^c$$

स्क बार घुमने पर 360° का कोण बनता है

$$1 \text{ से०} \text{ --- } 2\pi \times \frac{1}{2} = \pi = 2\pi^c$$

$$2\pi^c \text{ --- } 1 \text{ से०}$$

$$1^c \text{ --- } \frac{1}{2\pi} \text{ से०}$$

$$55^c \text{ --- } \frac{1}{2\pi} \times 55 = 3.5 \text{ से०}$$

Q4 किसी त्रिभुज के दो कोण $\frac{1}{2}^c$ और $\frac{1}{3}^c$ हैं। इसी में तीसरा कोण ज्ञात करो।

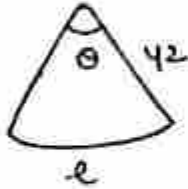
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}^c$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{180 \times 7}{22} = \frac{1050}{22} = 47 \frac{8}{11}$$

$$\text{तीसरा कोण} = 180^\circ - 47 \frac{8}{11} = 132 \frac{3}{11} \quad \underline{\text{Ans}}$$

95] 42 cm त्रिज्या वाले वृत्त की चाप लंबाई कतरी जो केन्द्र पर 15° का कोण बनाती है।

$$15^\circ = 15 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{12}^c = \frac{22}{7 \times 12} = \frac{11}{42}^c$$



$$\frac{11}{42}^c = \frac{l}{42}$$

$$l = 11 \text{ cm}$$

96] 5:20 AM पर मिनट की सुई और घंटे की सुई के बीच में कितना कोण बनेगा।

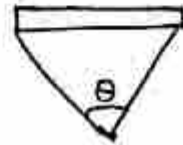
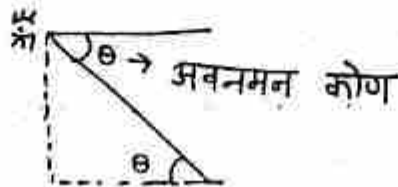
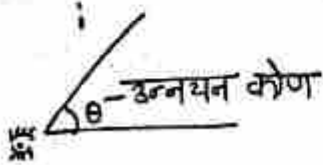
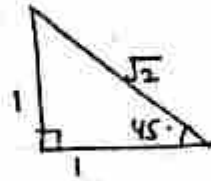
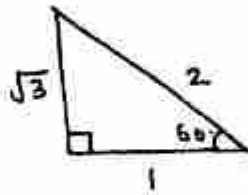
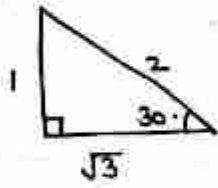
$$\left| \frac{11}{2} \times 20 - 30 \times 5 \right|$$

$$\text{कोण} = \left| \frac{11}{2} m - 30H \right|$$

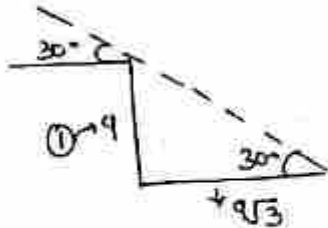
$$\left| 110 - 150 \right| = 40^\circ \text{ Ans.}$$

By. Pardeep Chhoker
7206446517

#

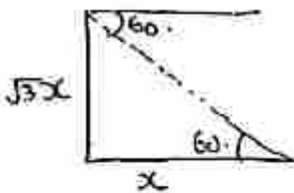


① एक उर्ध्वीकार खम्भे की परछाई की लम्बाई ज्ञात करो जबकि खम्भे की ऊंचाई 9 मी० है तथा सूर्य से उन्नयन कोण 30° है।



$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{9}{x} \quad \underline{\text{Ans}}$$

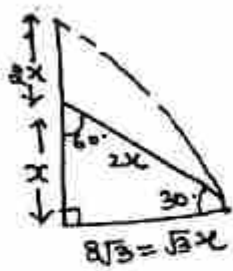
② यदि समुद्री तल से 180 मी. की ऊंचाई पर स्थित एक अन्वेषण टावर के ऊपरी भाग से एक गाई एक बन्दू बोट (नाव) को 60° के अवनमन कोण पर देखता है, तो अन्वेषण टावर के तल से नाव की दूरी क्या होगी ?



$$\sqrt{3}x = 180$$

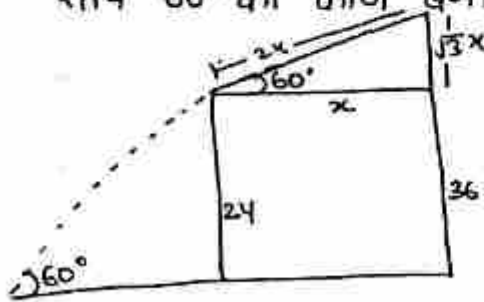
$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times \frac{180}{\sqrt{3}} = x \quad \therefore x = 60\sqrt{3} \quad \underline{\text{Ans}}$$

③ एक बिजली का खंभा तूफान की वजह से जमीन से कुछ ऊंचाई पर टूट कर झुक गया। इसका ऊपरी भाग जमीन को इसके अधोभाग से $8\sqrt{3}$ मी. की दूरी पर इस प्रकार छूता है कि यह जमीन के साथ 30° का कोण बनाता है। खम्भे की ऊंचाई क्या है।



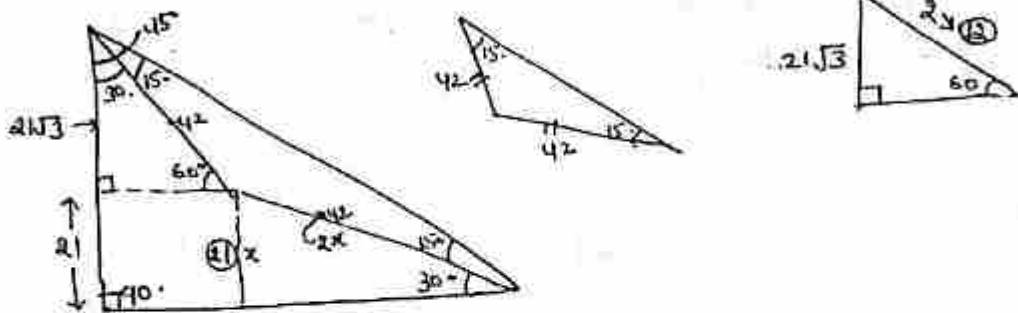
$$\begin{aligned} \sqrt{3}x &= 8\sqrt{3} \\ x &= 8 \\ 3x &= 24 \quad \text{Ans} \end{aligned}$$

4) यदि दो खम्भों जो कि 24 मी. व 36 मी. ऊंचे हैं, के शिखरों को एक रस्सी द्वारा बांधा गया है। यदि रस्सी क्षैतिज के साथ 60° का कोण बनाती है तो रस्सी की लम्बाई क्या होगी.



$$\begin{aligned} \sqrt{3}x &= 12 \\ x &= \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \\ 2x &= 8\sqrt{3} = \text{रस्सी की लं.} \end{aligned}$$

5) किसी पहाड़ी की तली से इसकी चोटी का उन्नयन कोण 45° है। पहाड़ी पर 30° की ढाल पर 42 कि.मी. चलने के बाद इसका उन्नयन कोण 60° हो जाता है। पहाड़ी की ऊंचाई ज्ञात करो।

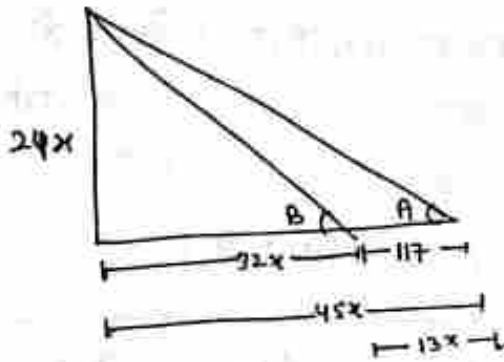


$$\begin{aligned} \text{पहाड़ी की ऊंचाई} &= 21\sqrt{3} + 21 \\ &= 21(\sqrt{3} + 1) \quad \text{Ans} \end{aligned}$$

OR ऊंचाई = $\frac{\text{चली गई दूरी}}{2} (\sqrt{3} + 1)$

$$\text{ऊंचाई} = \frac{42}{2} (\sqrt{3} + 1) = 21(\sqrt{3} + 1) \quad \text{Ans}$$

- 7) मैदान के किसी बिन्दु से किसी टावर की चोटी का उन्नयन कोण इस प्रकार है कि $\tan A = \frac{8}{15}$. टावर की तलफ 117 मी. चलने पर उन्नयन कोण इस प्रकार पाया गया कि $\tan B = \frac{3}{4}$. टावर की ऊंचाई ज्ञात करो।



$$\tan A = \frac{8x}{15x} = \frac{24x}{45x} \rightarrow P/B$$

$$\tan B = \frac{3x}{4x} = \frac{24x}{32x} \rightarrow P/B$$

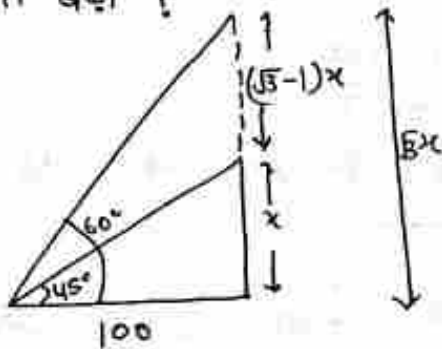
(लम्ब समान करने के लिए 3 व 3 से गुणा किया है)

$$13x = 117$$

$$x = 9$$

$$\therefore \text{टावर की ऊंचाई} = 24 \times 9 = 216 \text{ मी.} \underline{\text{Ans}}$$

- 8) यदि एक अपूर्ण खम्भे के ऊपरी भाग का एक बिन्दु से, जो कि खम्भे के पाद से 100 मी. की दूरी पर स्थित है, उन्नयन कोण 45° है। यदि पूर्ण खम्भे के ऊपरी भाग का उसी बिन्दु से उन्नयन कोण 60° है, तो अपूर्ण खम्भे की लंबाई कितनी बढ़ी ?



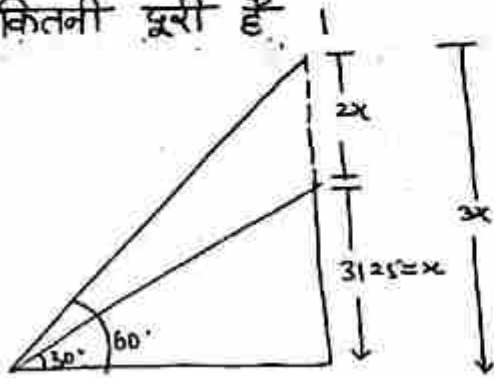
$$60^\circ \rightarrow \frac{\sqrt{3}x}{1x} \rightarrow P/B$$

$$45^\circ \rightarrow \frac{1x}{1x} \rightarrow P/B$$

$$\therefore 100\sqrt{3} \underline{\text{Ans}}$$

- 9) एक हवाई जहाज जमीन से 3125 मी. की ऊंचाई पर उर्ध्वधर उड़ते हुए एक अन्य हवाई जहाज के नीचे से गुजरता है। इसी समय जमीन के एक बिन्दु से ऊपर उड़ते हुए पहले जहाज

तथा उसके नीचे वाले अन्य हवाई जहाज के उन्नयन कोण क्रमशः 30° व 60° हैं। दोनों हवाई जहाजों के मध्य कितनी दूरी है।



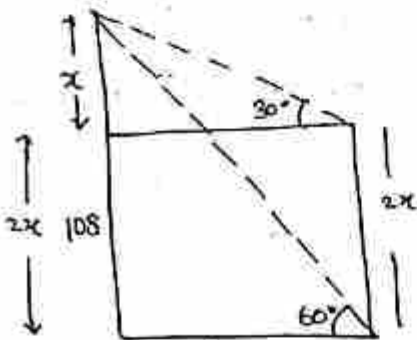
$$60^\circ \rightarrow \frac{\sqrt{3} \times 15}{1 \times 15} = \frac{3x}{\sqrt{3}x} - B$$

$$30^\circ \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1x}{\sqrt{3}x} - B$$

(आधार समान बनाने के $\sqrt{3}$ से गुणा किया है क्योंकि दोनों Δ के आधार समान हैं)

उनके बीच की दूरी = $2x = 3 \times \frac{15}{2} \times 2 = 67.50$ मी०.

10) सड़क के दोनों ओर दो खंभे (विपरीत दिशाओं में) लगे हैं। एक खंभा 108 मी० ऊंचा है। इस खंभे के शिखर व दूसरे खंभे के शिखर तथा अधोभाग के अवनमन कोण क्रमशः 30° व 60° हैं। दूसरे खंभे की ऊंचाई ज्ञात करो।



$$30^\circ \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{\sqrt{3}x}$$

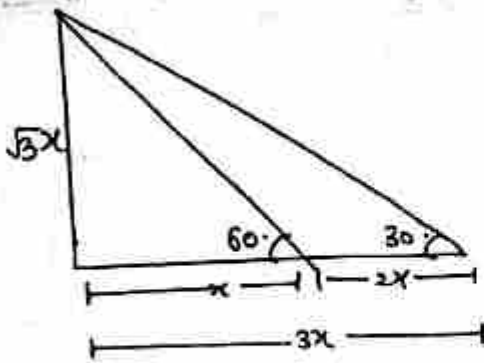
$$60^\circ \rightarrow \frac{\sqrt{3} \times 15}{1 \times 15} = \frac{3x}{\sqrt{3}x}$$

$$\therefore 3x = 108$$

$$x = 36$$

दूसरे खंभे की ऊंचाई = $2x = 72$ Ans

11) एक समतल पर खड़े टावर की परधार् 50 मी० ज्यादा लम्बी पाई जाती है जब सूर्य से उन्तारा कोण 60° से 30° हो जाता है। टावर की ऊंचाई क्या होगी।



$$60^\circ \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\sqrt{3}x}{x}$$

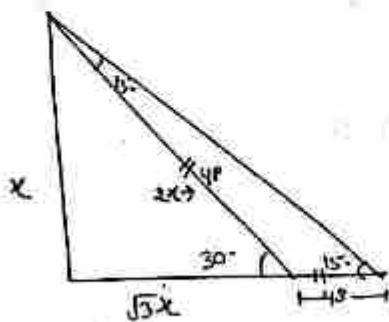
$$30^\circ \rightarrow \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{3x}$$

$$2x = 50$$

$$\therefore x = 25$$

$$\text{ऊँचाई} = \sqrt{3}x = 25\sqrt{3} \text{ Ans}$$

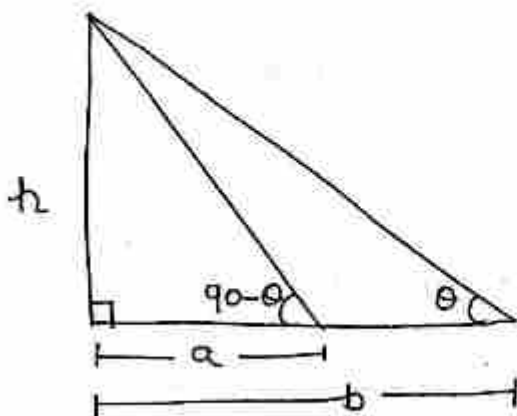
- ⑫ एक टावर के ऊपरी भाग के साथ जमीन के दो बिन्दुओं A व B से उन्नयन कोण क्रमशः 15° व 30° हैं। यदि ये बिन्दु A व B दोनों के एक ही ओर स्थित हों तथा $AB = 48$ मी. तो टावर की ऊँचाई क्या होगी ?



$$2x = 48$$

$$x = 24 \text{ Ans}$$

- ⑬ किसी मीनार के आधार से a और b मीटर की दूरी पर दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण परस्पर पूरक हैं। मीनार की ऊँचाई क्या होगी



$$\frac{H}{a} = \tan(90 - \theta) = \cot \theta$$

$$H = a \cot \theta \text{ — (i)}$$

$$\frac{H}{b} = \tan \theta$$

$$H = b \tan \theta \text{ — (ii)}$$

(i) और (ii) को गुणा करने पर :->

$$h^2 = ab \cot \theta \cdot \tan \theta$$

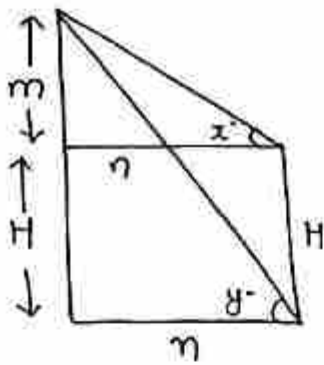
$$h^2 = ab \cdot \frac{1}{\tan \theta} \cdot \tan \theta$$

$$h^2 = ab$$

$$\therefore \boxed{h = \sqrt{ab}} \quad \underline{\text{Ans.}}$$



(14) एक भवन के शीर्ष के साथ एक पेड़ के शीर्ष एवं अघोमाग से उन्नयन कोण क्रमशः x तथा y हैं। तदनुसार यदि उस पेड़ की ऊंचाई n मी. हो, तो उस भवन की ऊंचाई कितने मी. हैं।



$$\frac{n}{m} = \cot x \quad \left(\frac{B}{P} = \cot\right)$$

$$n = m \cot x \quad \text{--- (i)}$$

$$\frac{n}{H+m} = \cot y$$

$$n = (H+m) \cot y \quad \text{--- (ii)}$$

$$m \cot x = (H+m) \cot y$$

$$m \cot x = H \cot y + m \cot y$$

$$m \cot x - m \cot y = H \cot y$$

$$m(\cot x - \cot y) = H \cot y$$

$$m = \frac{H \cot y}{\cot x - \cot y}$$

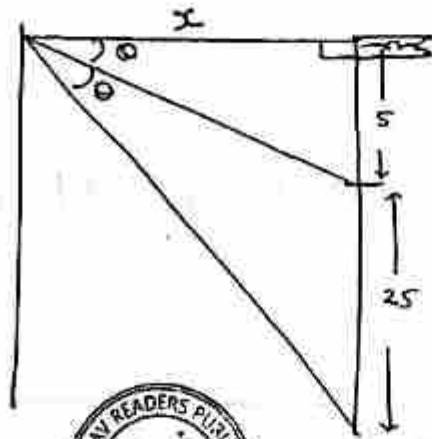
भवन की ऊंचाई = $m+H$

$$\frac{H \cot y}{\cot x - \cot y} + \frac{H}{1} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{H \cot x}{\cot x - \cot y}}$$



15] 5 मी. ऊंचा दृवज 25 मी. ऊंचे भवन पर खड़ा है। 30 मी. की ऊंचाई से एक पर्यवेक्षक यह देखता है कि दृवज और भवन दोनों समान कोण बना रहे हैं। पर्यवेक्षक और दृवज के बीच की दूरी ज्ञात करो।



$$\tan \theta = \frac{5}{x}$$

$$\tan 2\theta = \frac{30}{x}$$

$$\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{30}{x}$$

$$\frac{2 \times \frac{5}{x}}{1 - \frac{25}{x^2}} = \frac{30}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{10}{x}}{\frac{x^2 - 25}{x^2}} = \frac{30}{x} \Rightarrow \frac{10}{x} \times \frac{x^2}{x^2 - 25} = \frac{30}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x^2 - 25} = 3$$

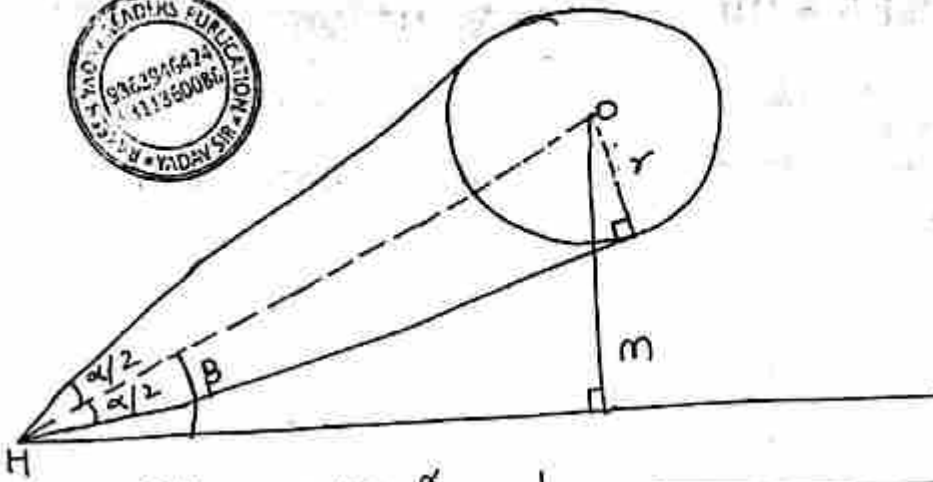
$$\Rightarrow x^2 = 3x^2 - 75$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 75$$

$$x^2 = \frac{75}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{75}{2}}$$

16] x मी. त्रिज्या का एक गूदबारा किसी पर्यवेक्षक की आंख पर α° का कोण बनाता है जबकि इसके केन्द्र से उन्नयन कोण β° है तो गूदबारे का केन्द्र मैदान से कितनी ऊंचाई पर है।



$$\frac{OH}{R} = \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{m}{OH} = \sin \beta$$

$$m = OH \sin \beta$$

$$\therefore m = r \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2} \sin \beta \quad \underline{\text{Ans}}$$

17] पानी की सतह से h मी. की ऊंचाई से किसी बादल का उन्नयन कोण किसी शील में α है, और इसके प्रतिबिम्ब का अवनमन कोण β है तो शील की सतह से बादल की ऊंचाई ज्ञात कीजिए ?

$$\frac{x}{m-h} = \cot \alpha$$

$$x = (m-h) \cot \alpha \quad \text{--- (i)}$$

$$\frac{x}{m+h} = \cot \beta$$

$$x = (m+h) \cot \beta \quad \text{--- (ii)}$$

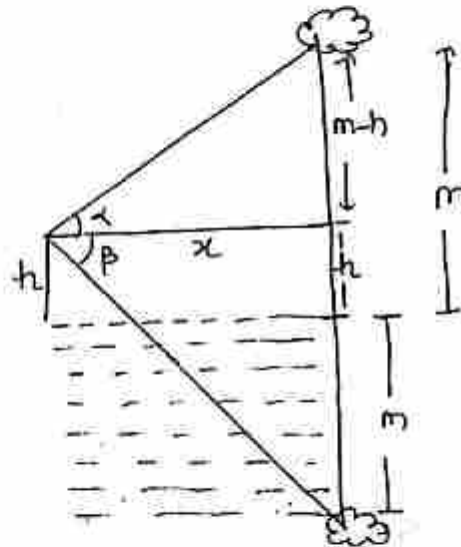
(i) व (ii) से

$$(m-h) \cot \alpha = (m+h) \cot \beta$$

$$m \cot \alpha - h \cot \alpha = m \cot \beta + h \cot \beta$$

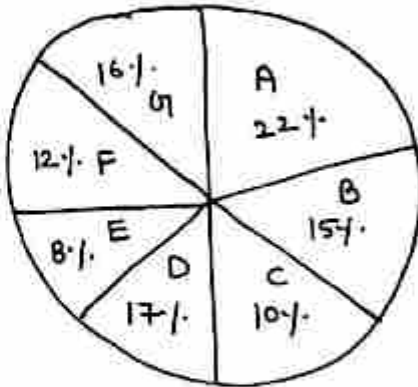
$$m (\cot \alpha - \cot \beta) = h (\cot \alpha + \cot \beta)$$

$$m = \frac{h (\cot \alpha + \cot \beta)}{\cot \alpha - \cot \beta} \quad \underline{\text{Ans}}$$

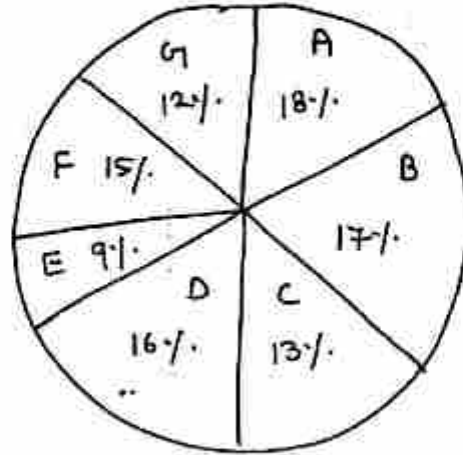


A

कुल छात्र = 8550



उत्तीर्ण छात्र = 5700



1] स्कूल A में उत्तीर्ण हुए छात्रों और कुल छात्रों का अनुपात क्या होगा ?

A) 6:11

B) 11:6

C) 6:7

D) 7:6

$$\frac{8550}{5700} = \frac{3 \text{ — कुल}}{2 \text{ — पास}}$$

$$\frac{\text{पास A}}{\text{कुल A}} = \frac{6}{11} = 6:11$$



2] स्कूल (B+C) में उत्तीर्ण होने वाले छात्रों की संख्या दोनों स्कूलों के कुल छात्रों का कितने प्रतिशत है।

A) 60%

B) 72%

C) 76%

D) 80%

$$\frac{2 \times 30}{3 \times 25} \times 100 = 80\%$$

3] किस स्कूल का पास प्रतिशत सबसे अधिक है।

- A) B ~~B~~ C
- C) E D) F

B	C	E	F
$\frac{34}{45}$	$\frac{26}{30}$	$\frac{18}{24}$	$\frac{30}{36}$

↓
ये सबसे बड़ा है।

So. स्कूल C Ans

4] स्कूल E में दाखिला लेने वाले कुल छात्रों में से कितने प्रतिशत छात्र पास हुए

- ~~A) 75%~~ B) 85% C) 70% D) 56%

$$\frac{3 \times 75}{4 \times 8} \times \frac{25}{100} = 75\%$$

5] (A+D) स्कूलों से उत्तीर्ण होने वाले कुल छात्र (E+C) स्कूलों में दाखिला लेने वाले छात्रों से कितना अधिक है।

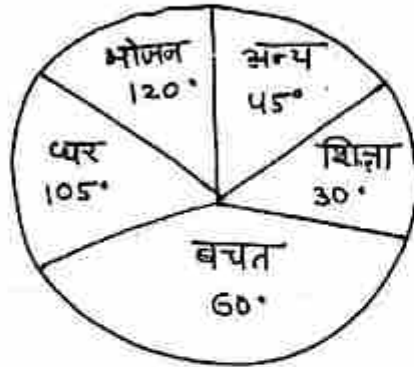
- A) 299 ~~B) 399~~
- C) 379 D) 439

$$\underbrace{5700 \times \frac{34}{100}}_{(A+D) \text{ पास}} - \underbrace{8550 \times \frac{18}{100}}_{(E+C) \text{ दाखिला}}$$

$$1938 - 1539 = 399 \quad \underline{\underline{\text{Ans}}}$$



- 8] यहाँ पर एक परिवार का विभिन्न मदों पर खर्च दिखाया गया है और उनकी मासिक बचत 8000 रु है।



- 1] ज्ञात करो कि शिक्षा पर कितना खर्च किया गया ?

$$\text{बचत} = 60^\circ = 8000$$

$$1^\circ = \frac{8000}{60} = \frac{400}{3}$$

$$\text{शिक्षा} = \frac{400}{3} \times 30^\circ = 4000 \text{ रु}$$

- 2] भोजन पर खर्च और कुल बचत का अनुपात क्या होगा ?

$$\frac{120}{2} : \frac{60}{1}$$

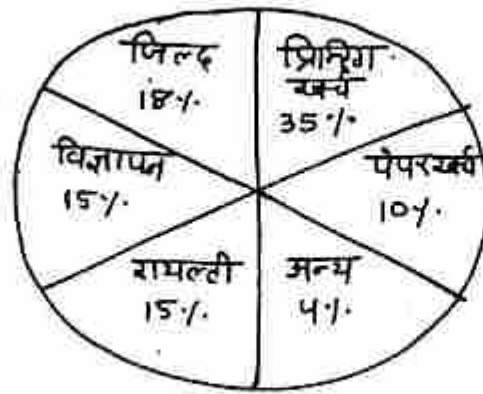
- 3] महीने में परिवार द्वारा किया गया कुल खर्च क्या होगा ?

$$\text{खर्च} = 360 - 60 = 300^\circ \Rightarrow \frac{100}{300} \times \frac{400}{3} = 40,000 \text{ रु}$$

- 4] ज्ञात करो कि भोजन पर घर से कितना ज्यादा खर्च किया गया ?

$$120^\circ - 105^\circ = 15^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{5}{15} \times \frac{400}{3} = 2000 \text{ रु} \quad \underline{\text{Ans}}$$



1 पेपर खर्च का मध्य कोण क्या होगा ?

$$100\% \rightarrow 360^\circ$$

$$1\% \rightarrow 3.6^\circ$$

$$\text{पेपर खर्च} = 10\% \Rightarrow 36^\circ \text{ Ans}$$

2 यदि प्रिन्टिंग खर्च 17500 रु हैं तो रायली बात करो।

$$35\% \rightarrow 17500$$

$$1\% \rightarrow \frac{17500}{35} = 500$$

$$\begin{aligned} \text{रायली} &= 15\% = 15 \times 500 \\ &= 7500 \text{ रु} \end{aligned}$$

3 यदि अन्य खर्च 6000 रु हैं तो बात करो कि जिल्द का खर्च रायली से कितना अधिक है।

$$4\% \rightarrow 6000$$

$$1\% \rightarrow 1500$$

$$18\% - 15\% = 3\%$$

$$\Rightarrow 3 \times 1500 = 4500 \text{ रु}$$

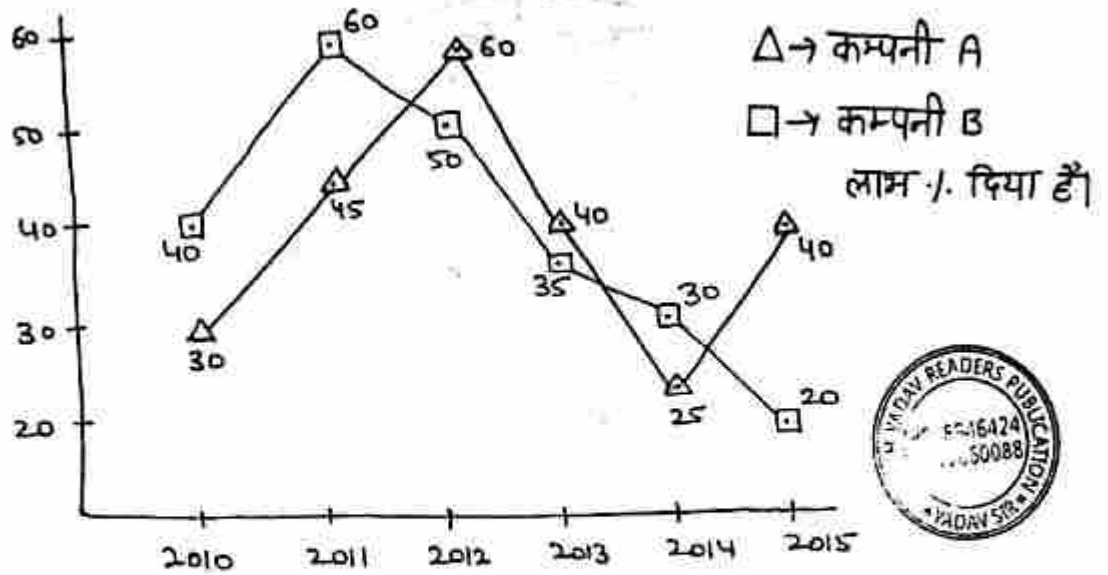
4 प्रिन्टिंग खर्च का मध्य कोण विज्ञापन के कोण से कितना अधिक है।

$$35\% - 18\% = 17\% \Rightarrow 17 \times 3.6 = 61.2^\circ \text{ Ans}$$

5 पेपर का खर्च प्रिन्टिंग खर्च का कितने प्रतिशत है।

$$\frac{10}{35} \times 100 = 28\frac{4}{7}\%$$

D



1] कम्पनी A के प्रतिशत लाभ में 2011 से 2012 के बीच कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई ?

$$\frac{15}{45} \times 100 = 33.33\%$$

2] यदि 2013 में कम्पनी A और B की आय समान हो तो A और B के खर्च का अनुपात क्या होगा

$A = 60\% = \frac{3}{5}$	लाभ	खर्च	लाभ	आय
$B = 50\% = \frac{1}{2}$	खर्च	A	(5×3)	3×3
		B	(2×8)	1×8

(8x3) and (3x8) are circled and labeled 'समान' (Equal).

खर्च $(\frac{A}{B}) = 15:16$ Ans

3] यदि 2014 में कम्पनी A की आय और 2015 में कम्पनी B का खर्च समान हैं और प्रत्येक 90 लाख हैं। 2015 में B की आय और 2014 में A के खर्च का अंतर ज्ञात करो।

$$A_{14} = 25\% = \frac{1}{4}$$

$$B_{15} = 20\% = \frac{1}{5}$$

	खर्च	लाभ	आय
A।प	(4)	1	(5)
B।स	(5)	1	(6)

5 युनिट = 90 लाख
 1 युनिट = 18 लाख

$$B।स (आय) - F (खर्च) = 6 - 4 = 2 \text{ युनिट}$$

$$= 2 \times 18$$

$$= 36 \text{ लाख}$$

प] 2011 में कम्पनी B का खर्च इसकी आय का कितने प्रतिशत है ?

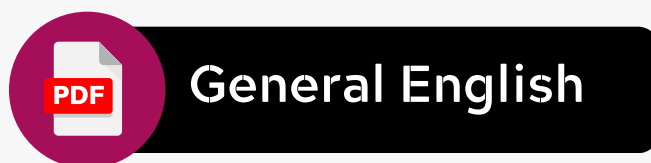
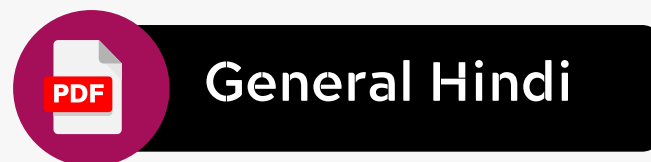
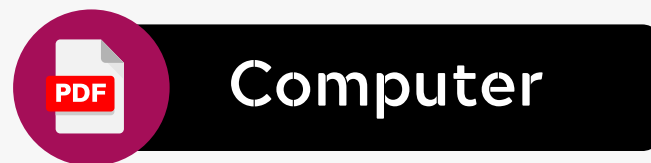
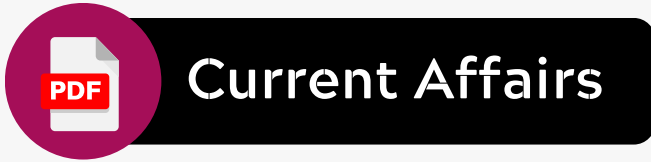
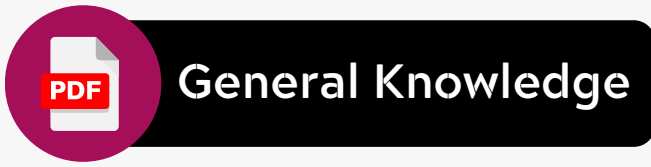
$$60\% = \frac{3}{5} \begin{matrix} \text{लाभ} \\ \text{खर्च} \end{matrix} \quad \text{आय} = 8$$

$$\frac{5}{8} \times 100 = 66\frac{1}{2}\% \quad \underline{\text{Ans}}$$

*** — ***



Download All Subject Free PDF

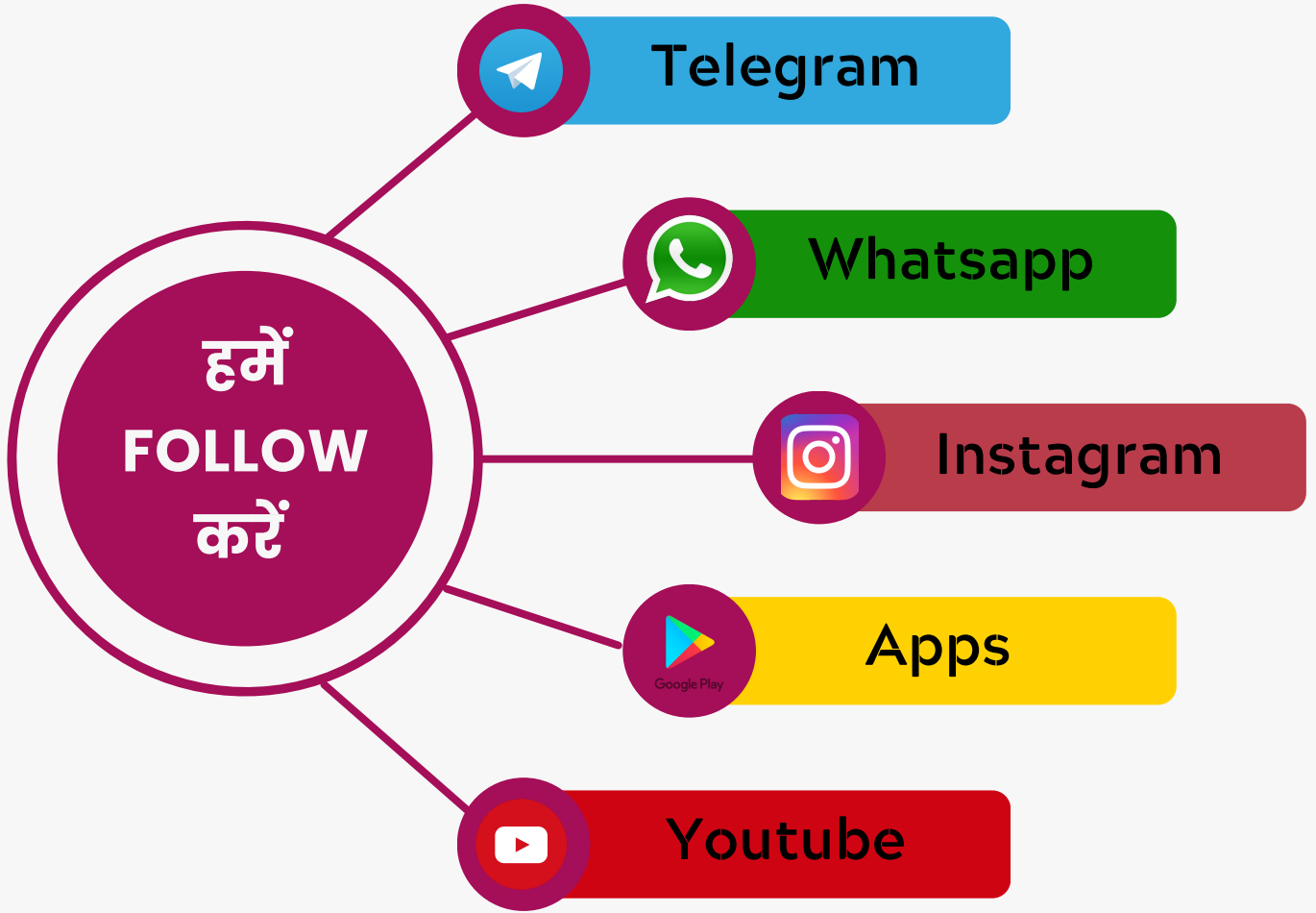



Join Our Best Course

GK Trick By
Nitin Gupta

Current Affairs

Daily Current Affairs PDF, Best Test Series, Best GK PDF के लिए हमें Follow करें



 GK Trick By Nitin Gupta
The Ultimate Key to Success.

Welcome To

GK TRICK BY NITIN GUPTA APP

यहाँ पर आपको मिलेगा

- ✓ Best PDF Notes For All Exams
- ✓ Best Test Series For All Exams
- ✓ Daily Current Affairs PDF
- ✓ सभी Course बहुत ही कम Price पर
- ✓ सभी Test Detail Discription के साथ व Analysis करने को सुविधा

